BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Friderici, Daniel Gottlieb,

Anleitung zur Ausmessung und Berechnung der bey dem gemeinen Bauwesen vorkommenden Längen, Flächen und Körper nach zwölftheiligen Maaßen, für diejenigen Bauherren und Professionisten welche nicht die Geometrie, sondern nur die sogenannten Species der Rechenkunst und die Regel de Tri

Braunschweig 1799

A.civ. 4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10059200-6
VD18 15340821

A. civ.
4

A civ 4

Anleitung
zur
Ausmessung und Berechnung
der
bey dem gemeinen Bauwesen
vorkommenden
Längen, Flächen und Körper
nach zwölftheiligen Maaßen,
für
diejenigen Bauherren und Professionisten
welche nicht die Geometrie,
sondern nur die sogenannten Species der Rechenkunst und die Regel de Tri verstehen.

Neue verbesserte Auflage.

Mit einer Kupfertafel.

Braunschweig,
in der Viewegschen Buchhandlung,
1799.

R

1/2

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Es ist außer allem Zweifel, daß die Quadrat- und Kubikrechnung im gemeinen Leben von einem wesentlichen Nutzen ist, und daß ohne dieselbe keine Bauanschläge noch unendlich andere Gegenstände berechnet und ausgemittelt werden können; daher es wohl eben so nöthig als nützlich ist, selbige durch gründliche Anweisungen so viel als möglich bekannt zu machen.

Nun ist es zwar wahr, daß unendlich Viele dieses Unterrichts nicht bedürfen, sondern die Quadrat- und Kubikrechnung gründlich und gut verstehen, allein oft fehlt es ihnen an Zeit oder auch wohl an der Gabe, ihre Zöglinge darin zu un-

terrichten, und diesen sowohl als auch denen, welche sich diese Berechnungsart selbst lehren wollen, mag folgende Anweisung zum Leitfaden dienen.

Der Verfasser der ersten Ausgabe dieses kleinen Werks wählte meiner Meinung nach zwar eine ebenfalls richtige, aber auch selbst für diejenigen, welche nichts weiter als blos die Regel de Tri verstehen, dennoch eine zu weitläuftige Berechnungs-Methode. Dieses, und die gewiß ganz ohne seine Schuld eingeschlichenen Rechnungsfehler haben mich veranlaßt, eine andere Anweisung, besonders zur Zwölftheiligen Quadrat- und Kubikrechnung, und zwar so wie selbige von Baumeistern und Professionisten exerciret wird, in folgenden Blättern zu bearbeiten.

Uebrigens habe ich alles das, was in der ersten Ausgabe gründlich gelehret wird, zum Theil ganz beybehalten, zum Theil aber die Aufgaben auf die in folgenden Blättern gezeigte gebräuchlichere Art be-

rechnet; so wie ich denn auch wegen der bey den Aufgaben fehlenden geometrischen Beweise die Worte des erstern Verfassers hier wiederholen muß.

„Wer Gelegenheit hat, die Geometrie „wissenschaftlich nach Gründen zu erlernen, „der wird freylich (bey den Auflösungen „der folgenden Aufgaben) besser daran „seyn; allein wenn es an vielen Orten an „einem solchen gründlichen Unterricht fehlt: „soll denn deshalb nichts ausgemessen, „nichts berechnet werden, was doch, ohne „die Beweise der Geometrie inne zu haben, „geschehen kann?

„So wird z. B. unendlich vieles nach „der Regel de Tri berechnet, ohne zu wissen, „worin der Grund liegt, warum durch die „Multiplication des zweyten und dritten „Gliedes, und durch die Division des Pro„dukts mit dem ersten Gliede, das vierte „Glied entstehet.

„Sollte also, (weil nicht alles, was „diese Operation deutlich und begreiflich

„macht, vorhergegangen) nichts nach der „Regel de Tri gerechnet werden, was doch „selbst mit schweren Rechnuugen in dem „Gang der Geschäfte, ohne den mindesten „Nachtheil geschiehet, indem alles nur auf „richtige Resultate ankommt?“

Freylich können ohne die gründlichen Regeln der Geometrie nicht alle Aufgaben nach möglichster Schärfe aufgelöset werden, wie auch im folgenden verschiedentlich vorkommt. Allein es würde, wie jeder Baumeister weiß, schon viel gewonnen seyn, wenn alle, welche nicht Zeit, Gelegenheit und Kräfte genug haben, den ganzen Kursum der Geometrie zu studiren, nur auf die angewiesene Art rechnen könnten.

Berlin, im December 1798.

Friderici.

Königl. Gouvernements Bau-Rath hieselbst.

Einleitung.

§. 1.

Die Gebäude sind von Holz, Steinen, Eisen und dergleichen Baumaterialien zusammengesetzt, welche man so wie andere Dinge, die eine gewisse Länge, Breite und Dicke haben, **Körper** zu nennen pflegt.

An dergleichen Körper kann man nun entweder bloß die **Länge** derselben, oder ihre **äußere Fläche**, oder ihren **körperlichen Inhalt** ausmessen; zum Exempel, man will bloß wissen wie lang ein Balken, eine Mauer u. s. w. sey.

Oder es frägt sich, wie groß diese oder jene der Oberflächen jenes Körpers sind; zum

Beispiel die äußere Fläche einer Mauer, um die Kosten des Abputzens derselben zu bestimmen.

Oder man verlangt den eigentlichen Inhalt eines Körpers zu wissen; z. E. von einer Mauer, um zu berechnen wie viel andere kleinere Körper, von einer bestimmten Größe, als nemlich Mauersteine in diese Mauer hineingehen, oder zu dem Aufführen derselben erforderlich sind.

§. 2.

Um nun eine bloße Länge zu messen, kömmt es lediglich darauf an, ein gewisses Maaß (gewöhnlich das bekannte Maaß eines Fusses) so oft als es angeht, an der auszumessenden Länge anzuschlagen; so würde man also, wenn man an einem Stück Holz den Fußstock vier und zwanzigmal hinter einander angelegt hätte, sagen können, daß dies Stück Holz vier und zwanzig Fuß lang sey.

§. 3.

Wenn man aber eine Fläche auszumessen hat, so muß die Ausmessung auch durch eine andre Fläche von bestimmter Größe geschehen.

Man stelle sich vor, daß man sich ein Brett a, b, c, d, Fig. 1. gemacht hätte, welches gerade einen Fuß lang und einen Fuß breit wäre (und ein Quadrat-Fuß genannt wird). Wenn man nun dieses Brett so oft, als es angeht, auf eine Fläche angelegt hätte, so könnte man sagen: die Fläche oder Wand enthält so viele Quadrat-Fuß, als so oft das Brett auf derselben hat aufgelegt werden können, hier z. B. 15 Quadrat-Fuß.

§. 4.

Will man den Inhalt eines Körpers wissen, so muß die Ausmessung auch durch einen Körper geschehen.

Man stelle sich wiederum einen oder lieber mehrere Wurfel vor, wovon jeder genau einen Fuß lang, einen Fuß breit, und einen Fuß hoch wäre (welchen man einen Cubic-Fuß nennt). Könnte man nun in der bestimmten Größe, welche eine Mauer haben soll, z. B. 36 solche Würfel neben und auf einander stellen, so könnte man sagen, die Mauer wird 36 Cubic-Fuß enthalten.

Anmerk. Ein Würfel ist ein solcher Körper welcher gleiche Länge, Breite und Höhe hat, und dessen Seitenlinien oder Kanten genau nach dem Winkelmaaße gearbeitet sind. Ein Würfel heißt auf lateinisch ein Cubus und daher ist die Benennung Cubic-Fuß, gewöhnlich.

§. 5.

Es würde indessen sehr mühsam, ja nicht einmal wohl möglich seyn, bey Ausmessung der Flächen, nach dem vorgedachten bloßen Beispiel, einen ausgeschnittenen Quadrat-Fuß so oft auf die Fläche anzulegen, als derselbe eine neue Stelle auf selbiger einnehmen könnte, oder die Größe welche ein Körper, eine Mauer haben soll, erst abzuschnüren und so viele ausgearbeitete Cubic-Fuß auf und neben einander zu stellen, als dieser Raum fassen könnte. Alle diese Weitläuftigkeiten sind aber auch nicht nöthig, sondern es darf bey Flächen, nur die Länge und Breite derselben, und bey Körpern nur die Länge, Breite und Höhe derselben, mit den Maaßstock ausgemessen werden, das übrige ist durch die Rechenkunst auszumitteln.

Bevor wir aber hierzu gehen, ist noch 1) wegen des Längen-Maaßes zur Ausmessung der Längen, Breiten und Höhen, 2) wegen des Flächen-Maaßes zur Ausmessung der Flächen, und 3) wegen des sogenannten Cubic-Maaßes zur Ausmessung der Körper, folgendes zu bemerken.

I. Vom Längenmaaße.

§. 6.

Die Länge desjenigen Maaßes, welches man gewöhnlich einen Fuß oder einen Schuh nennt, ist fast in jedem Lande verschieden. In den mehrsten der Preußischen Provinzen ist aber der Rheinländische Fuß angenommen und eingeführt.

Ueber die eigentliche Länge des Rheinländischen Fußes sind schon vielfältige Zweifel geführt worden. Herr Geheime Ober-Bau Rath Eytelwein in seinen Vergleichungen der in den Königl. Preuß. Staaten eingeführten Maaße und Gewichte. Berlin bey F. Maurer 1798. nimmt §. 3. nach den mühsamsten und gründ-

lichsten Untersuchungen die Länge desselben nach Eisenschmid auf $139\frac{13}{100}$ französischer Linien als die richtigste an, und äußert den sehr glücklichen Wunsch, daß dergleichen richtige Normal-Maaßstäbe aus Eisen verfertiget, auf den Fluren der Rathhäuser in den vorzüglichsten Städten zu jedermanns Berichtigung befestiget, und demselben der Nahme Brandenburgischer Fuß beygelegt werde. Diese sehr nützliche Schrift verdient von Jedermann gelesen zu werden.

Zwölf solche ganze, (oder 24 solche halbe Füße) als hier bezeichnet, machen eine Rheinländische Ruthe aus.

Anmerk. Der Feldmesser theilt diese zwölf Fuß, oder die Ruthe in 10 Theile oder Füße. Seine Ruthe ist also zwar mit der der Bauleute und Teichgräber gleich, allein seine Füße sind größer oder länger. Man nennt demnach erstere eine zwölftheilige (duodecimal) Ruthe, und letztere eine zehntheilige (decimal) Ruthe.

§. 7.

Da es nun nicht angeht, die Maaßen in ihrer wahren Größe auf dem Papiere vorzu-

stellen, so denke man sich unter der Linie a, b, Fig. 2. die wirkliche Länge einer Ruthe, welche durch Linien c, c, c, ꝛc. in 12 gleiche Theile oder Füße, und jeder solche Fuß durch die Linien d d d ꝛc. in 12 gleiche Theile oder Zolle getheilt ist.

Jeden dieser Zolle nochmals in 12 gleiche Theile, würde eine Linie heißen u. s. f.

Dies ist hier das Landesübliche Maaß, womit beym Bauen, oder bey Verfertigung einer Sache, jede Länge ausgemessen wird.

In geometrischer Hinsicht wird dieses Maaß, womit alle Längen und Linien gemessen werden, noch ins besondere das Längenmaaß genannt, und hat im 12theiligen Maaße folgende Dimensionen:

1 Ruthe 12 Fuß.
1 Fuß 12 Zoll.
1 Zoll 12 Linien.
1 Linie 12 Skrupel u. s. w.

Die Feldmesser Ruthe ist wie vorher erwähnt mit dieser Ruthe welche in 12 Theile getheilt ist, von gleicher Länge, daher wird die Ruthe zum Fundamental-Maaßstabe sowohl im 12theiligen als 10theiligen Maaße

angenommen. Die Feldmesser Ruthe wird aber deshalb in 10 Theile oder Fuße getheilt, weil es im Zusammenzählen und Rechnen sehr erleichtert; denn, weil solche Ruthe 10 Fuß, ein Fuß 10 Zoll, und ein Zoll 10 Linien hat, so ist es leicht eine Anzahl Ruthen, Fuße und Zolle sowohl aufzuschreiben, als auch sie zu lauter Zolle zu machen. Z. B. 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll schreibt man 236 Zoll, und zwar deshalb ohne weitere Zwischenbemerkungen, weil

2 Ruthen = 200 Zoll
3 Fuß = 30 Zoll
6 Zoll = 6 Zoll, mithin

die ganze Summe 236 Zoll ausmacht. Nur muß der Feldmesser bey Aufschreibung der Maaßen auf diese summarische Art, dahin bedacht seyn, daß, wenn er eine Summe in Zollen ausgedrückt hat, er alle übrige Maaße in Zollen notiren muß; denn, wollte er 12 Ruthen 5 Fuß auch nur wie 125 aufschreiben, so könnte man es, da vorhin auch nur 3 Zahlen, nemlich 236 notirt waren, sehr leicht für Zolle halten, und dann würden es nur 1 Ruthe 2 Fuß und 5 Zoll seyn. Man muß daher die fehlenden Zahlen, oder überhaupt die fehlenden Klassen mit Nullen ersetzen, uud mithin müssen 12 Ruthen 5 Fuß wie 1250 Zoll aufgeschrieben werden.

Im zwölftheiligen Maaße macht dies mehrere Weitläuftigkeiten, denn in demsel-

ben können 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll gar nicht anders aufgeschrieben werden, und will man alles zu Zollen machen, so muß man setzen:

2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll
mit 12 multiplicirt
24
und 3 hinzu addirt
27 Fuß
mit 12 multiplicirt
54
27
324
und 6 Zoll hinzu addirt
giebt 330 Zoll.

Sollten 330 Zoll wieder zu Ruthen und Fußen gemacht werden, so geschiehet dieses durch eine zweymalige Division mit 12.

II. Vom Quadratmaaße.

§. 8.

Da wir (Fig. 2.) angenommen haben, daß die Linie a b eine Ruthe vorstellen soll, so ist es auch gleichgültig uns ebenfalls die Linie c d, Fig. 3. als eine Ruthe vorzustellen. Machen wir nun ein richtiges Quadrat a b c d wovon jede Seite die Länge einer Ruthe c d

hat, so nennt man den zwischen diesen vier Linien eingeschloßenen Raum, eine Quadratruthe.

§. 9.

Theilet man die Linie c d in 12 gleiche Theile oder Füße, und ziehet aus den Theilungspunkten gerade oder winkelrechte Linien herauf, so wird die ganze vorige Quadratfläche, durch die Theilungslinien e f, g h, i k, &c. in 12 gleiche Riemen getheilt, und jeden Riemen Fig. 4 oder 5 nennt man eine Riemenruthe.

§. 10.

Ferner theile man dasselbe Quadrat Fig. 3. sowohl die Linie b d als c a jede in 12 gleiche Theile, und ziehe die Theilungslinien l m, n o, p q, so wird die ganze Quadratfläche in 144 kleine Quadrate getheilt, deren jedes Fig. 6. ein Quadratfuß genannt wird. Oder man theile eine Riemenruthe Fig. 4. welche der zwölfte Theil einer Quadratruthe ist, in 12 gleiche Quadrate, so ist jedes ebenfalls ein Quadratfuß. Fig 6.

§. 11.

§. 11.

Nun nehme man wieder an, die Linie c d Fig. 3. sey die Länge eines Fußes, und mache damit ein Quadrat, wo jede Linie oder Seite 1 Fuß lang ist, so ist der zwischen vier Linien a b c d eingeschloßene Raum, welchen wir uns vorhin als eine Quadratruthe dachten, jetzt ein Quadratfuß, und jeder auf vorbeschriebene Art darin getheilte Riemen, oder Fig. 4 und 5 heißt jetzt ein Riemenfuß.

§. 12.

Wird sodann wieder wie zuvor, das Quadrat Fig. 3. sowohl nach der Länge als nach der Quere in 12 gleiche Theile getheilt, so nennt man jedes der 144 kleinen Quadrate Fig. 6. einen Quadratzoll.

Auf diese Art kann man auch den Quadratzoll, noch in Riemenzoll und Quadratlinien eintheilen.

§. 13.

Die Dimensionen des Quadratmaaßes sind demnach:

1 Quadratruthe	hat	12	Riemenruthen
1 Riemenruthe	—	12	Quadratfuß.
1 Quadratfuß	—	12	Riemenfuß.
1 Riemenfuß	—	12	Quadratzoll.
1 Quadratzoll	—	12	Riemenzoll u. s. w.

Im zehntheiligen Maaße würde aus den §. 7. erwähnten Ursachen 1 Quadratruthe 10 Riemenruthen, 1 Riemenruthe 10 Quadratfuß, 1 Quadratfuß 10 Riemenfuß, 1 Riemenfuß 10 Quadratzoll ꝛc. enthalten.

Wollte man daher aufschreiben, 2 Quadratruthen, 3 Riemenruthen, 6 Quadratfuß, 4 Riemenfuß und 5 Quadratzoll, so darf man nur setzen 23645 Quadratzoll, denn

weil 2 Quadratruthen	=	20000	Quadratzoll
3 Riemenruthen	=	3000	— —
6 Quadratfuß	=	600	— —
4 Riemenfuß	=	40	— —
und 5 Quadratzoll	=	5	enthalten
so ist die Summe		23645	Quadratzoll.

Oder wollte man wissen, wie viel 2 Quadratruthen, 3 Quadratfuß und 4 Quadratzoll zusammen an Quadratzollen ausmachen, so muß man in der Stuffenfolge: Quadratruthen, Riemenruthen, Quadratfuß, Riemenfuß, Quadratzoll ꝛc. nachsehen, ob alle Abtheilungen mit Zahlen angegeben sind, oder ob einige dazwischen fehlen. Die Fehlenden werden mit einer Null ausgefüllt,

nemlich 2 Quadratruthen, 0 Riemenruthen, 3 Quadratfuß, 0 Riemenfuß und 4 Quadratzoll, das ist 20304 Quadratzoll.

Denn, 2 Quadratruthen	sind	20000	Qu. Zoll
3 Quadratfuß	—	300	—
und 4 Quadratzoll	—	4	—
folglich überhaupt		20304	Qu. Zoll

Es gilt demnach im zehntheiligen Maaße für das Aussprechen jeder gegebenen Zahl folgende Regel:

a) Sind Quadratzoll gegeben, so werden 4 Zahlen von der rechten zur linken abgeschnitten, welche übrig bleiben, sind Quadratruthen. Z. B. 42, 6, 4, 9, 8 Quadratzoll, sind 42 Quadratruthen, 6 Riemenruthen, 4 Quadratfuß, 9 Riemenfuß und 8 Quadratzoll.

b) Sind Riemenfuß gegeben, so werden nur 3 Zahlen abgeschnitten: Z. B. 42, 6, 4, 9 Riemenfuß, sind 42 Quadratruthen, 6 Riemenruthen, 4 Quadratfuß und 9 Riemenfuß.

c) Sind Quadratfuß gegeben, so werden nur 2 Zahlen abgeschnitten, was übrig bleibt sind Quadratruthen u. s. w.

Werden aber im zwölftheiligen Maaß 2 Quadratruthen, 3 Riemenruthen, 6 Quadratfuß, 4 Riemenfuß und 5 Quadratzoll gegeben um alles zu Quadratzolle zu machen, so muß man setzen:

2 Quadratruthen, 3 Riemenruthen, 6 Quadratfuß, 4 Riemenfuß und 5 Quadratzoll.

mit 12 multiplicirt.

24

3 Riemenruthen add.

sind 27 Riemenruthen.

mit 12 multiplicirt

54

27

324

6 Quadratfuß addirt

sind 330 Quadratfuß

mit 12 multiplicirt

660

330

3960

4 Riemenfuß addirt

sind 3964 Riemenfuß

mit 12 multiplicirt

7928

3964

47568

5 Quadratzoll addirt

giebt 47573 Quadratzoll.

Waren aber 2 Quadratruthen, 3 Quadratfuß und 4 Quadratzoll gegeben, so kann man, anstatt daß vorhin jederzeit mit 12 multiplicirt worden, jetzt mit 144 multipliciren, weil 1 Quadratruthe 144 Quadratfuß, und 1 Quadratfuß 144 Quadratzoll hat.

Also 2 Quadratruthen, 3 Quadratfuß,
mit 144 multiplicirt 4 Quadratzoll.

288
3 addirt

sind 291 Quadratfuß.
mit 144 multiplicirt

1164
1164
291

41904
4 addirt

sind 41908 Quadratzoll.

Die Reduktion geschiehet wie bekannt durch die Division.

III. Vom Cubicmaaße.

§. 14.

So wie zum Quadratmaaße eine Quadratfläche erforderlich war, welche aus dem Fundamentalmaaße der Ruthe construiret, und hernach in kleinere Theile getheilt wurde, eben so ist zum Cubicmaaße ein Körper nöthig, welcher gleichfalls aus der bekannten Ruthe zusammengesetzt, und alsdann in mehrere kleinere Theile getheilt wird. Der einzige und beste Körper hiezu, ist der Würfel.

§. 15.

Man denke sich einen Würfel Fig. 8. dessen Seitenlinien ab, bd, dc, ca, ag, gf, fb, fe und ed jede eine Ruthe lang ist, das heißt einen Würfel, welcher 1 Ruthe lang, 1 Ruthe breit und 1 Ruthe hoch ist, so nennt man einen solchen Würfel oder Cubus eine Cubicruthe.

§. 16.

Theilet man sowohl die Linie c a als d b imgleichen e f jede in 12 gleiche Theile oder Füße, und zerschneidet den ganzen Würfel, oder die ganze Cubicruthe in 12 gleiche Tafeln, durch die Linien h i k, l m n; so ist jede Tafel 1 Ruthe lang, 1 Ruthe breit und 1 Fuß hoch, und solche Tafel nennt man eine Schachtruthe.

§. 17.

Werden hiernächst an einer Schachtruthe Fig. 9. die Linien c d, a b und e f jede in 12 gleiche Theile oder Fuße getheilt und die ganze Schachtruthe durch die Linien o p q, r s t, in 12 Balken zerschnitten, so nennt

man jeden solchen Balken, welcher 1 Ruthe lang, 1 Fuß breit und 1 Fuß hoch oder dick ist Fig. 10. eine Balkenruthe.

Da nun die Cubicruthe 12 Schachtruthen, und die Schachtruthe 12 Balkenruthen enthält, so besteht eine Cubicruthe aus 144 Balkenruthen.

§. 18.

Ferner theile man an einer Balkenruthe Fig. 10. die Linien c e, d f und b g jede in 12 gleiche Theile oder Fuße, und zerschneide die ganzen Balkenruthen durch die Linien u v w, r x z in 12 kleine Würfel, so nennt man jeden solchen Würfel, so 1 Fuß lang, breit und hoch ist, Fig. 11. einen Cubicfuß.

Wenn aber eine Cubicruthe 144 Balkenruthen, und die Balkenruthe 12 Kubikfuß enthält, so besteht die Cubicruthe aus 1728 Cubicfuß. Denn man zerschneide die Cubicruthe Fig. 8. von 3 Seiten, jede in 12 gleiche Theile, so werden 1728 kleine Würfel oder Cubicfüße entstehen.

§. 19.

Nun kann wiederum Fig. 8. als ein Cubicfuß, nehmlich als ein Würfel welcher 1 Fuß

lang, 1 Fuß breit, und 1 Fuß hoch ist, gedacht werden, und wird derselbe, wie vorhin mit der Cubicruthe geschehen, auf eben die Art zerschnitten, so entstehen Schachtfuß, Balkenfuß und Cubiczoll.

§. 20.

Desgleichen nehme man Fig. 8. auch als einen Cubiczoll an, und zerschneide ihn eben wiederum so, so werden Schachtzoll, Balkenzoll und Cubiclinien entstehen.

§. 21.

Die Dimensionen des Cubicmaaßes sind demnach:

1 Cubicruthe	enthält	12 Schachtruthen.
1 Schachtruthe	—	12 Balkenruthen.
1 Balkenruthe	—	12 Cubicfuß.
1 Cubicfuß	—	12 Schachtfuß.
1 Schachtfuß	—	12 Balkenfuß.
1 Balkenfuß	—	12 Cubiczoll.
1 Cubiczoll	—	12 Schachtzoll.
1 Schachtzoll	—	12 Balkenzoll.
1 Balkenzoll	—	12 Cubiclinien, u. s. f.

Im zehntheiligen Maaße würde man wieder, anstatt 2 Cubicruthen, 3 Schachtruthen,

4 Balkenruthen, 1 Cubicfuß ꝛc. nur 2341 Cubicfuß schreiben dürfen, weil

2 Cubicruthen	=	2000	Cubicfuß,
3 Schachtruthen	=	300	—
4 Balkenruthen	=	40	—
und 1 Cubicfuß	=	1	sind
	also	2341	Cubicfuß.

Desgleichen ist für das Aussprechen jeder gegebenen zehntheiligen Cubiczahl folgende Regel:

Z. B. es sind 2,4,6,8,5,7,3 Cubiczoll gegeben, so schneide man von der rechten zur linken 6 Zahlen ab, was übrig bleibt sind Cubicruthen. Oder wollte man wissen wieviel Schachtruthen es sind, so schneide man nur 5 Zahlen ab, die übrig bleibenden 24 sind Schachtruthen.

So auch, wenn gefragt würde, wie 2 Cubicruthen, 3 Balkenruthen, 4 Cubicfuß in lauter Zollen ausgedrückt werden, so setze man Cubicruthen, Schachtruthen, Balkenruthen, Cubicfuß, Schachtfuß, Balkenfuß und Cubiczoll, und schreibe für jede nicht in Zahlen gegebene Classe eine Null, so ist die Zahl 2034000 Cubiczoll.

Soll aber im zwölftheiligen Maaße 2 Cubicruthen, 3 Balkenruthen, 4 Cubicfuß zu lauter Cubiczoll gemacht werden, z. B.

2 Cubicruthen, 3 Balkenruthen,
mit 12 multiplicirt, 4 Cubicfuß.
sind 24 Schachtruthen

24 Schachtruthen
mit 12 multiplicirt

48
24

288
3 Balkenruthen addirt

sind 291 Balkenruthen
mit 12 multiplicirt

582
291

3492
4 Cubicfuß addirt

sind 3496 Cubicfuß.

Da nun in der Aufgabe keine Schachtfuß und Balkenfuß gegeben sind, so ist es nicht nöthig die Rechnung zu Cubiczoll immer noch mit 12 fortzusetzen, sondern man kann, da 1 Cubicfuß 1728 Cubiczolle hat

die 3496 Cubicfuß
mit 1728 multipliciren

27968
6992
24472
3496

und man erhält 6041088 Cubiczoll.

Die Reduktion geschiehet wieder wie gewöhnlich durch die Division.

§. 22.

Zur Abkürzung dieser Anweisung wird es gut seyn, sich folgender Zeichen zu bedienen. Z. B. im Längenmaaß, anstatt Ruthen schreibt man oben an der Zahl eine kleine Null (°, anstatt Fuß eine kleine (I, anstatt Zoll (II, statt Linien (III, statt Skrupel (IV; nemlich 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll 5 Linien 4 Skrupel schreibt man 2(° 3(I 6 II 5(III 4(IV.

Im Quadratmaaße kann anstatt Quadratruthen, Riemenruthen, Quadratfuß, Riemenfuß ꝛc. QR. RR. QF. RF. QZ. ꝛc. Desgleichen im Cubicmaaß, anstatt Cubicruthe, Schachtruthe, Balkenruthe, Cubicfuß ꝛc. CR. SR. BR. CF. SF. BF. CZ. gesetzt werden.

Man wird zwar die Benennung Riemenruthe, Riemenfuß, desgl. Balkenruthe, Schachtfuß, Balkenfuß ꝛc. etwas fremd finden, weil im gemeinen Leben nur gewöhnlich Schachtruthe, Cubicfuß, Cubiczoll genannt werden, allein bey der folgenden abgekürzten Rechnungsart sind diese Abtheilungen unvermeidlich, und daher wohl zu merken nöthig, um sich von jedem entstehenden Producte sogleich einen richtigen Begriff machen zu

können, da Gegentheils große Irrthümer entstehen, wie sich bald ausführlich zeigen wird.

§. 23.

Es ist auch noch gut sich mit folgenden Zeichen, wovon einige in diesen Rechnungen vorkommen werden, bekannt zu machen. Als z. B. das Zeichen der Gleichheit ist =, wenn man nemlich sagt 3 und 4 ist gleich 7, so kann man setzen 3 und 4 = 7.

Das Zeichen der Addition ist +. Z. E. 3 und 4 ist 7, setze man 3 + 4 = 7.

Das Zeichen der Subtraction ist — Z. E. 7 weniger 4 ist 3, setze man 7 — 4 = 3.

Das Zeichen der Multiplication ist ×. Z. E. 3 mal 4 ist 12, setze man 3 × 4 = 12.

Das Zeichen der Division —, Z. E. 12 dividirt durch 3 giebt 4, setze man $\frac{12}{3} = 4$.

Von der Quadratrechnung.

§. 24.

Wenn man ein Quadrat Fig. 3. macht, wovon jede Seite 1 Ruthe lang ist, so sagt

man es ist 1 Ruthe lang und 1 Ruthe breit, und beträgt, weil 1 mit 1 multiplicirt 1 giebt, 1 Q.R. Die Länge und Breite eines Quadrats mit einander multiplicirt, giebt also dessen Quadratinhalt. Z. B. ein Quadrat sey 6 Ruthen lang und 6 Ruthen breit, so enthält es 36 Quadratruthen.

Es braucht aber auch nicht immer ein Quadrat zu seyn, dessen vier Umfassungslinien gleich lang sind, sondern diese Berechnung gilt für jedes rechtwinklichte Viereck, nur muß es 4 rechte Winkel haben.

Es sey z. B. ein Viereck 6 Ruthen lang und 3 Ruthen breit, so enthält es 18 Quadratruthen. Hieraus folgt daß Ruthen mit Ruthen multiplicirt, Quadratruthen geben.

Von Ausmessung und Berechnung der übrigen Flächen, welche keine rechtwinklichte Vierecke sind, wird weiterhin gehandelt werden.

§. 25.

Eine Quadratruthe in 12 gleiche Riemen getheilt, giebt 12 Riemenruthen Fig 4 oder 5. Jede solcher Riemenruthen ist 1 Ruthe

lang und 1 Fuß breit, man kann also auch sagen sie sey 12 Fuß lang, und 1 Fuß breit, enthält folglich 12 Quadratfuß, das ist nach §. 9. eine Riemenruthe.

So sey z. E. eine Fläche 2 Ruthen lang und 4 Fuß breit, so kann man auch sagen sie sey 24 Fuß lang und 4 Fuß breit, beträgt also

24 Fuß
mit 4 multiplicirt
96 Quadratfuß.

Wenn aber 12 Quadratfuß eine Riemenruthe ausmachen, so sind 96 Quadratfuß = 8 Riemenruthen. Hätte man nun gleich gesagt, 2 Ruthen mit 4 Fuß multiplicirt geben 8 Riemenruthen, so würde daraus folgen, daß Ruthen mit Fuße multiplicirt, Riemenruthen geben.

§. 26.

Wird eine solche Riemenruthe Fig. 5. und zwar die Linie a b, welche 1 Fuß lang ist, in 12 gleiche Theile oder Zolle getheilt, und von den Theilungspunkten Linien herunter gezogen, so entstehen 12 gleich lange vierecktige schmale Riemen.

Da nun eine Riemenruthe 12 Quadratfuß hat, so folgt, daß jeder schmale Streifen a c e f, Fig. 7. welcher 1 Ruthe lang und 1 Zoll breit ist, einen Quadratfuß enthalten muß. Man kann auch sagen, der Streifen a c e f sey 144 Zoll lang und 1 Zoll breit, enthält demnach 144 Quadratzoll, welches 1 Quadratfuß ist; denn, 1 Quadratfuß hat 12 Riemenfuß, und 1 Riemenfuß 12 Quadratzoll, folglich sind 144 Quadratzoll, ein Quadratfuß.

Ist also eine Fläche z. B. 3 Ruthen lang und 5 Zoll breit, so kann man auch sagen, sie sey 432 Zoll lang und 5 Zoll breit, dies macht 432

mit 5 multiplicirt

2160 Quadratzoll,

und wenn man mit 144 Quadratzoll darin dividirt, so erhält man

$$\frac{2160}{144} = 15 \text{ Quadratfuß}$$

Es kann mithin auch sogleich gesagt werden, 3 Ruthen mit 5 Zoll multiplicirt geben 15 Quadratfuß; hieraus folgt, daß Ruthen

mit Zollen multiplicirt, Quadratfuße geben.

§. 27.

Wenn ferner Fig. 7. der Streifen a c e f durch Linien der Länge nach nochmals in 12 gleiche Theile, oder noch schmälere Streifen getheilt wird, wovon jeder 1 Ruthe lang und 1 Linie breit, welches jedoch hier im Kleinern nicht möglich zu machen ist, so enthält ein jeder solcher ganz schmalen Streifen, welcher 1 Ruthe lang und 1 Linie breit ist, 1 Riemenfuß. Denn der ganze Streifen a c e f beträgt 1 Quadratfuß, folglich muß jeder der 12 gleichen Theile desselben, ein Riemenfuß seyn.

Man kann auch sagen, der ganz schmale Streifen sey 1728 Linien lang, und 1 Linie breit, enthält daher 1728 Quadratlinien, das ist, 1 Riemenfuß. Denn wenn ein Riemenfuß mit 12 zu Quadratzoll, ferner das Product mit 12 zu Riemenzoll und nochmals mit 12 zu Quadratlinien multiplicirt wird, so erfolgen, aus 1 Riemenfuß = 1728 Quadratlinien.

Ist

Ist ein Streiffen z. B. 2 Ruthen lang und 3 Linien breit, so kann man auch sagen er sey : : : 3456 Linien lang, das sind 2 Ruthen, und 3 Linien breit, enthält demnach 10368 Quadratlinien, so mit 1728 Quadratlinien oder 1 Riemenfuß dividirt $\frac{10368}{1728} = 6$ Riemenfuß geben.

Wird also ohne diese Weitläuftigkeit gesagt: 2 Ruthen mit 3 Linien multiplicirt, geben 6 Riemenfuß, so folgt daraus, daß Ruthen mit Linien multiplicirt, Riemenfuß geben.

§. 28.

Wollte man einen solchen ganz schmalen Streiff, nochmals der Länge nach in 12 Streiffgen theilen, so würde jeder 1 Ruthe lang und 1 Scrupel breit seyn, und 1 Quadratzoll enthalten, weil 12 Quadratzoll = 1 Riemenfuß sind.

Hieraus folgt wie oben, daß Ruthe mit Scrupel multiplicirt, Quadratzolle geben.

§. 29.

Nun kann wiederum angenommen werden, das Quadrat Fig. 3. sey 1 Fuß lang und 1 Fuß breit, so enthält solches 1 Quadratfuß.

Eine Fläche kann daher 6 Fuß lang und 3 Fuß breit seyn, so wird sie 18 Quadratfuß enthalten. Hieraus folgt, daß Fuße mit Fußen multiplicirt, Quadratfuße geben.

§. 30.

Wenn nun selbiger in 12 gleiche Streiffen, Fig. 4 oder 5, welcher 1 Fuß lang und 1 Zoll breit ist, so wird er 12 Riemenfuß enthalten. Hieraus folgt, daß Fuße mit Zollen multiplicirt, Riemenfuße geben.

§. 31.

Theilet man ferner solchen Riemenfuß Fig. 5. a, b, wieder in 12 länglichte Streiffen, von oben herunter, so ist jeder Fig. 7. 1 Fuß lang und 1 Linie breit. Da nun 1 Riemenfuß 12 Quadratzoll hat, so enthält ein solcher Streiffen 1 Quadratzoll.

Ist demnach eine Fläche z. E. 3 Fuß lang und

6 Linien breit, so enthält solche 18 Quadratzoll. Hieraus folgt, daß Fuße mit Linien multiplicirt, Quadratzoll geben.

Es erscheint zwar ein Quadratfuß oder Quadratzoll hier oft als ein länglichter Streifen, da man sich sonst ein richtiges Quadrat darunter denkt. Dies schadet aber dem Begriffe davon nichts, sondern ist in Ansehung der Rechnung ganz richtig, wenn nur der gehörige Flächeninhalt darinne enthalten ist, indem 1 Quadratfuß der zwölfte Theil einer Riemenruthe so wie 1 Quadratzoll der zwölfte Theil eines Riemenfußes ist.

§. 32.

Die Hauptregel bey der Quadratrechnung welche wohl zu merken ist, ist demnach folgende:

Ruthen	mit	Ruthen	multiplicirt	geben		Q.R.
Ruthen	=	Fuße	=	=	=	R.R.
Ruthen	=	Zollen	=	=	=	Q.F.
Ruthen	=	Linien	=	=	=	R.F.
Ruthen	=	Scrupel	=	=	=	Q.Z.
Fuße	=	Fußen	=	=	=	Q.F.
Fuße	=	Zollen	=	=	=	R.F.
Fuße	=	Linien	=	=	=	Q.Z.

Fuße mit Scrupel multiplicirt geben R.Z.
Zolle „ Zolle „ „ „ Q.Z.
Zolle „ Linien „ „ „ R.Z.
Zolle „ Scrupel „ „ „ Q.L.
Linien „ Linien „ „ „ Q.L.
Linien „ Scrupel „ „ „ R.L.
Scrupel „ Scrupel „ „ „ Q.S.

Anmerk. Um diese Regeln leichter zu fassen, und dem Gedächtnisse zu Hülfe zu kommen, dienet folgende Tafel:

	Ruthen	Fuß	Zolle	Linien	Scrupel
Ruthen	□Ruthen	R.Ruth.	□Fuß	R.Fuß	□Zoll
Fuß	R.Ruth.	□Fuß	R.Fuß	□Zoll	R.Zoll
Zoll	□Fuß	R.Fuß	□Zoll	R.Zoll	□Linien
Linien	R.Fuß	□Zoll	R.Zoll	□Linien	R.Linien
Scrupel	□Zoll	R.Zoll	□Linien	R.Linien	□Scrupl

Diese Tafel kann folgendermaaßen gebraucht werden:

Es sollen z. B. Fuß mit Linien multiplicirt werden, so werden in der obern Reihe die Fuße, und links in der ersten Reihe herunterwärts die Linien gesucht. Fährt man nun von dem **Fuße** die Reihe herunter, und von den **Linien** auf der Seite gerade fort, so wird man in einem Quadrate zusammenstoßen, worin Quadratzoll bemerkt sind. Es geben also Fuß mit Linien multiplicirt Quadratzoll.

Auf diese Art lassen sich alle übrige Benennungen der gefundenen Produkte, in der Tafel finden.

Exempel zur Uebung in der Quadratrechnung.

§. 33.

Ein Viereck ist 8 Ruthen lang und 5 Ruthen breit, wieviel enthält es an Quadratinhalt?

8° lang
5° breit
= 40 QR.

§. 34.

Ein Viereck sey 6 Ruthen lang und 9 Fuß breit

6° lang
— 9′ breit
= 54 R.R.

Zuförderst muß man darauf sehen, daß die 9 Fuß nicht unter die 6 Ruthen gesetzt werden, sondern man muß sich die Klassen, Ruthen, Fuße und Zolle wohl merken, und Ruthen unter Ruthen, Fuße unter Fuße, und Zolle unter Zolle schreiben, allenfalls das Exempel so ansetzen:

6° — 0′ — 0″
0 — 9′ — 0
0 = 54 R.R.

Es sind aber auch 12 R.R. = 1 Q.R., folglich müssen die 54 R.R. mit 12 dividirt werden, so erhält man $\frac{54}{12}$ = 4 Q.R. 6 R.R. Daher setzt man der Kürze wegen sogleich

6° — 0′
0° — 9′
= 4 Q.R. 6 R.R.

Man siehet hieraus zugleich, daß die Stelle unter Ruthen für Q.R., und die Stelle unter Fußen alsdann für R.R. bestimmt ist.

§. 35.

Ein Viereck sey 4 Ruthen lang und 3

Ruthen 8 Fuß breit, wie viel enthält es an Quadratinhalt?

$$\begin{array}{l} 4^\circ - \text{, lang} \\ \underline{3^\circ - 8' \text{ breit}} \\ = 14\ \text{Q.R.}\ 8\ \text{R.R.} \end{array}$$

Die Rechnung ist folgendermaaßen geschehen, $3^\circ \times 4^\circ = 12$ Q.R. $8' \times 4^\circ = 32$ R.R. oder 2 Q.R. 8 R.R. folglich 12 Q.R. + 2 Q.R. = 14 Q.R. und noch 8 R.R.

§. 36.

Ein Viereck sey 3 Ruthen 4 Fuß lang, und 2 Ruthen 1 Fuß breit

$$\begin{array}{l} 3^\circ - 4' \text{ lang} \\ \underline{2^\circ - 1' \text{ breit}} \\ 6 - 8 \\ \underline{\quad 3 - 4} \\ = 6\ \text{Q.R.}\ 11\ \text{R.R.}\ 4\ \text{Q.F.} \end{array}$$

$2^\circ \times 3^\circ = 6$ Q.R. $2^\circ \times 4' = 8$ R.R. $1' \times 3^\circ = 3$ R.R. und $1' \times 4' = 4$ Q.F.

Es sollen 4 Ruthen 6 Fuß mit 3 Ruthen 5 Fuß multiplicirt werden:

$4^{\circ} - 6'$
$3^{\circ} - 5'$
$12 - 18$
$\quad\;\; 20 - 30$
$= 12$ Q.R. 38 R.R. 30 Q.F.

Es sind aber 30 Q.F. = 2 R.R. 6 Q.F., und 38 R.R. = 3 Q.R. und 2 R.R., daher wollen wir fernerhin gleich so rechnen:

$4^{\circ} - 6'$
$3^{\circ} - 5'$
$12 - 18$
$\quad\;\; 20 - 30$
$= 15$ Q.R. 4 R.R. 6 Q.F.

desgleichen sollen 3 Ruthen 6 Fuß mit 6 Ruthen 4 Fuß multiplicirt werden

$3^{\circ} - 6'$
$6 - 4$
$18 - 36$
$\quad\;\; 12 - 24$
sind $= 22$ Q.R. 2 R.R. 0 Q.F.

§. 37.

Ein Streiffen sey 6 Ruthen 8 Fuß 3 Zoll lang, und 2 Ruthen breit, wie viel Quadratinhalt enthält derselbe?

6°	8′	3″
2	=	=
12	16	6

sind = 13 Q.R. 4 R.R. 6 Q.F.

2° × 6° = 12 Q.R., 2° × 8′ = 16 R.R. und 2° × 3″ = 6 Q.F.

§. 38.

4 Ruthen 6 Fuß 5 Zoll sollen mit 3 Ruthen 2 Fuß multiplicirt werden.

4°	6′	5″	
3°	2′	=	
12	18	15	
	8	12	10

sind = 14 Q.R. 4 R.R. 3 Q.F. 10 R.F.

Man mache sich zur Regel, daß mit der ersten untern Zahl (hier z. B. mit der 3) erst alle obern Zahlen durch multiplicirt werden; sodann mit der zweiten untern Zahl alle obern Zahlen u. s. f. so wird man niemals fehlen, nemlich 3° × 4° = = 12 Q.R. 3° × 6′ = 18 R.R., 3° × 5″ = 15 Q.F., ferner, 2′ × 4° = 8 R.R. 2′ × 6′ = 12 Q.F., und 2′ × 5″ = 10 R.F. Die Summen werden addirt, und welche mehr als 12 betragen, werden mit 12 dividirt, überhaupt wird so verfahren, als

wenn man lauter Pfennige summirt, und die daraus entstehenden Groschen oder die Quotienten mit zur nächst vorhergehenden Klasse rechnet. Wem es der Kürze wegen gefällt, kann auch folgendermaaßen rechnen. Z. B.

4°	6'	5''	
3°	2	ꝛ	
12	ꝛ	ꝛ	
1	6	ꝛ	
	1	3	
	8	ꝛ	
	1	ꝛ	10

sind wieder 14 Q.R. 4 R.R. 3 Q.F. 10 R.F. Hierbey ist folgendermaaßen verfahren; 3° × 4° = 12 Q.R., 3° × 6' = 1 Q.R. und 6 R.R., 3° × 5'' = 1 R.R. und 3 Q.F. 2' × 4° = 8 Q.R., 2' × 6' = 1 R.R., 2' × 5'' = 10 R.F.

Man siehet aber hierbey, wie leicht es möglich werden konnte, die reducirten Zahlen, und besonders die 10 in eine unrechte Klasse zu setzen, woraus denn allerdings ein falsches Produkt entstehen müßte: daher ist es, wenigstens der Sicherheit wegen besser, die obere Regel beyzubehalten, und die Summen bey der Addition erst zu reduciren.

§. 39.

Ein Garten ist 3 Ruthen 6 Fuß 8 Zoll lang, und 2 Ruthen 4 Fuß 3 Zoll breit,

wie viel enthält derselbe an Quadratinhalt?

3° — 6′ — 8″
2 — 4 — 3
6 — 12 — 16
12 — 24 — 32
9 — 18 — 24

sind 8 Q.R. 4 R.R. 5 Q.F. 4 R.F. ; Q.Z.

§. 40.

Wenn 3 Ruthen 6 Fuß 8 Zoll mit 2 Fuß 4 Zoll multiplicirt werden sollen, so setze man

3° — 6′ — 8″
; — 2 — 4
; — 6 — 12 — 16
12 — 24 — 32

sind ; Q.R. 8 R.R. 3 Q.F. 6 R.F. 8 Q.Z.

§. 41.

Ein Streiffen ist 2 Ruthen 4 Fuß 3 Zoll lang, und 6 Zoll breit, wie viel macht dies an Quadratinhalt?

2° — 4′ — 3″
; — ; — 6″
; — ; — 12 — 24 — 18

; Q.R. 1 R.R. 2 Q.F. 1 R.F. 6 Q.Z.

§. 42.

Ein Tisch ist 6 Fuß 8 Zoll lang, und 3 Fuß 5 Zoll breit

$$
\begin{array}{rr}
6' - 8'' & \\
3 - 5 & \\
\hline
18 - 24 & \\
 & 30 - 40 \\
\hline
\end{array}
$$

22 Q.F. 9 R.F. 4 Q.Z.

Man konnte zwar die 22 Q.F. noch zu 1 R.R. und 10 Q.F. verwandeln; allein man ist bey dergleichen Dinge mehr daran gewöhnt, sich in Quadratfußen auszudrücken.

§. 43.

Ist eine Fläche etwa 3 Ruthen 6 Fuß 8 Zoll lang, und 2 Fuß 4 Zoll breit, und man will sich nicht in Q.R. und R.R., sondern nur in Q.F. ausdrücken, so setze man anstatt 3° — 6′ — 8″

$$
\begin{array}{rrl}
42' - 8'' & & \text{lang} \\
2' - 4 & & \text{breit} \\
\hline
84 - 16 & & \\
 & 168 - 32 & \\
\hline
\end{array}
$$

sind = 99 Q.F. 6 R.F. 8 Q.Z.

In §. 40. welches dasselbe Exempel ist, erhielten wir 8 R.R. 3 Q.F. 6 R.F. und

8 Q.Z., welches aber, wenn man 8 R.R. mit 12 zu Q.F. macht, und die 3 Q.F. hinzu addirt, dieselbe Summe von 99 Q.F. ꝛc. ergiebt.

§. 44.

Es sollen 3 Ruthen Länge mit 5 Fuß 4 Zoll Breite multiplicirt werden.

3° — ſ — ſ
ſ — 5 — 4
ſ — 15 — 12

ſind 1 Q.R. 4 R.R. ſ Q.F.

§. 45.

Es sollen 6 Ruthen Länge mit 8 Zoll Breite multiplicirt werden.

6° — ſ — ſ
ſ — ſ — 8
ſ — ſ — 48

ſind ſ Q.R. 4 R.R. ſ Q.F.

§. 46.

Oft ſind aber die Maaßen nicht ganze Zahlen, ſondern zum Theil Brüche, demnach wollen wir noch dieſe Fälle erwähnen. Z. B.

$$
\begin{array}{rrr}
3' & - & 4'' \\
2 & - & 5\frac{1}{2} \\
\hline
6 & - & 8 \\
 & 15 & - & 20 \\
 & 1 & - & 6 \\
 & & & 2 \\
\end{array}
$$

sind 8 Q.F. 2 R.F. 4 Q.Z.

$2' \times 3' = 6$ Q.F., $2' \times 4'' = 8$ R.F. $5'' \times 3' = 15$ R.F. $5'' \times 4'' = 20$ Q.Z. $\frac{1}{2}'' \times 3' = 1\frac{1}{2}$ R.F. oder 1 R.F. und 6 Q.Z. $\frac{1}{2}'' \times 4'' = 2$ Q.Z.

Da wo es hieß; $\frac{1}{2}'' \times 3' = 1\frac{1}{2}$ R.F. kann man wegen des nachherigen Addirens nicht $1\frac{1}{2}$ stehen lassen, sondern man muß den Bruch in Ganze auflösen. Ließe sich ein solcher Bruch nicht ganz auflösen, so muß es doch so oft geschehen, bis der Rest des Bruchs in die letzte Klasse kömmt. Z. B. 3 Fuß 6 Zoll sollen mit 4 Fußen $2\frac{3}{4}$ Zollen multiplicirt werden

$$
\begin{array}{rrrrr}
3' & - & 6'' & & \\
4 & - & 2\frac{3}{4} & & \\
\hline
12 & - & 24 & & \\
 & & 6 & - & 12 \\
 & & 2 & - & 3 \\
 & & & & 4\frac{1}{2} \\
\end{array}
$$

sind 14 Q.F. 9 R.F. $7\frac{1}{2}$ Q.Z.

$\frac{3}{4}'' \times 3' = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ R.F. oder 2 R.F. und 3 Q.Z. $\frac{3}{4}'' \times 6'' = \frac{18}{4} = 4\frac{1}{2}$ Q.Z.

Umgekehrt ist die Rechnung eben dieselbe

$$\begin{array}{l} 4' - 2\frac{3}{4} \\ \underline{3 - 6} \\ 12 - 6 \\ \quad 2 - 3 \\ \quad 24 - 12 \\ \quad\quad \underline{4\frac{1}{2}} \\ 14\text{ Q.F. } 9\text{ R.F. } 7\frac{1}{2}\text{ Q.Z.} \end{array}$$

§. 47.

Es sollen 3 Ruthen 4 Fuß 6 Zoll mit 2 Fuß $3\frac{1}{2}$ Zoll multiplicirt werden.

$$\begin{array}{l} 3^\circ - 4' - 6'' \\ \underline{\text{ ,, } - 2 - 3\frac{1}{2}} \\ \text{ ,, } - 6 - 8 - 12 \\ \quad\quad 9 - 12 - 18 \\ \quad\quad 1 - 6 \\ \quad\quad\quad \underline{2 - 3} \\ \text{sind } = 7\text{ R.R. } 8\text{ Q.F. } 9\text{ R.F. } 9\text{ Q.Z.} \end{array}$$

Sind die Brüche von der Art, daß, wenn man sie mit 12 multiplicirt, noch ganze Zahlen geben, wie z. B. $\frac{1}{2}$ im vorigen Exempel, so kann man die Bruchrechnung ganz vermeiden, wenn man die Brüche

gleich in der Aufgabe zu ganze Zahlen macht. Z. B. 2 Fuß $3\frac{1}{2}$ Zoll, sind 2 Fuß 3 Zoll 6 Linien.

Folglich $3° — 4' — 6''$
multip. mit ꞉ — 2 — 3 — 6

꞉ — 6 — 8 — 12
9 — 12 — 18
18 — 24 — 36

sind wie vorhin 7 RR. 8 Q.F. 9 R.F. 9 Q.Z. ꞉

Oder

§. 48.

Es sollen 12 Fuß 6 Zoll mit 3 Fuß $3\frac{1}{16}$ Zoll multiplicirt werden, so setze man, anstatt $3'\ 3\frac{1}{16}''$ besser $3^{I}\ 3^{II}\ ꞉^{III}\ 9^{IV}$

also $12' — 6''$
3 — 3 — ꞉ — 9

36 — 18
36 — 18
108 — 54

40 Q.F. 8 RR. 3 Q.Z. 4 R.Z. 6 Q.L.

Mit Beybehaltung des Bruchs würde es so seyn:

$$\begin{array}{l}
12' — 6'' \\
\underline{\;3 — 3\tfrac{1}{16}} \\
36 — 18 \\
\qquad 36 — 18 \\
\qquad\qquad 9 — 4 — 6 \\
\hline
40\,\text{Q.F.}\ 8\,\text{R.F.}\ 3\,\text{Q.Z.}\ 4\,\text{R.Z.}\ 6\,\text{Q.L.}
\end{array}$$

$\frac{1}{16}'' \times 12' = \frac{12}{16}$ R.F. $= \frac{144}{16}$ Q.Z. $= 9$ Q.Z. und $\frac{1}{16}'' \times 6'' = \frac{6}{16}$ Q.Z. $= \frac{72}{16}$ R.Z. $=$ 4 R.Z. und 6 Q.L.

§. 49.

Es sollen $3'\ 6\frac{1}{4}''$ mit $2'\ 4\frac{3}{4}''$ multiplicirt werden:

$$\begin{array}{l}
3' — 6\tfrac{1}{4}'' \\
\underline{2 — 4\tfrac{3}{4}} \\
6 — 12 — 6 \\
\qquad 12 — 24 \\
\qquad\ ; — 1 \\
\qquad\ 2 — 3 \\
\qquad\qquad 4\tfrac{1}{2} \\
\qquad\qquad \tfrac{3}{16} \\
\hline
\text{sind}\ 8\,\text{Q.F.}\ 5\,\text{R.F.}\ 2\tfrac{11}{16}\,\text{Q.Z.}
\end{array}$$

$2' \times 3' = 6$ Q.F., $2' \times 6'' = 12$ R.F., $2' \times \frac{1}{4}'' = \frac{1}{2}$ R.F. $= 6$ Q.Z. $4'' \times 3' =$ 12 R.F., $4'' \times 6'' = 24$ Q.Z., $4'' \times \frac{1}{4}''$ $= 1$ Q.Z. $\frac{3}{4}'' \times 3' = 2\frac{1}{4}$ R.F. $= 2$ R.F.

3 Q.Z., $\frac{3}{4}'' \times 6'' = 4\frac{1}{2}$ Q.Z., $\frac{3}{4}'' \times \frac{1}{4}''$ $= \frac{3}{16}$ Q.Z.

Man wird hieraus einsehen, daß es in allen möglichen Fällen besser ist, die Bruchrechnung zu vermeiden, und dasselbe Exempel folgendermaaßeu anzusetzen:

$$
\begin{array}{l}
3' - 6'' - 3''' \\
2 - 4 - 9 \\
\hline
6 - 12 - 6 \\
\quad 12 - 24 - 12 \\
\quad\quad 27 - 54 - 27 \\
\hline
= 8 \text{ Q.F. } 5 \text{ R.F. } 2 \text{ Q.Z. } 8 \text{ R.Z. } 3 \text{ Q.L.}
\end{array}
$$

§. 50.

Folgende Rechnung, wo die Brüche schlechterdings beybehalten werden müssen, erfordern viele Aufmerksamkeit in der Multiplikation und Division der Brüche. Z. B.

$$
\begin{array}{l|l}
2' - 3\frac{1}{5} & \\
3 - 4\frac{1}{7} & 35 \\
\hline
6 - 9 - 7\frac{1}{5} & 7 \\
\quad 8 - 12\frac{4}{5} & 28 \\
\quad\quad 3\frac{3}{7} & 15 \\
\quad\quad \frac{3}{7} & 15 \\
\quad\quad \frac{1}{35} & 1 \\
\hline
7 \text{ Q.F. } 6 \text{ R.F. } 11\frac{31}{35} \text{ Q.Z.} & 66
\end{array}
$$

$3' \times 2' = 6$ Q.F., $3' \times 3'' = 9$ R.F., $3' \times \frac{1}{5}'' = \frac{3}{5}$ R.F. Da aber unten noch ganze Zahlen in der folgenden Klasse zu stehen kommen, so können die $\frac{3}{5}$ noch nicht unter R.F. stehen bleiben, sondern müssen mit $12 \times$ und zu $7\frac{1}{5}$ Q.Z. gemacht werden. Ferner $4'' \times 2' = 8$ R.F., $4'' \times 3'' = 12$ Q.Z., $4'' \times \frac{1}{5}'' = \frac{4}{5}$ Q.Z. $\frac{1}{7}'' \times 2' = \frac{2}{7}$ R.F. $= 3\frac{3}{7}$ Q.Z., $\frac{1}{7}'' \times 3'' = \frac{3}{7}$ Q.Z. und $\frac{1}{7}'' \times \frac{1}{5}'' = \frac{1}{35}$ Q.Z.

§. 51.

Es sollen 3 Ruthen $6\frac{1}{3}$ Zoll mit 2 Fuß $\frac{1}{6}$ Zoll multiplicirt werden.

3° — , — $6\frac{1}{3}''$
, — 2 — $\frac{1}{6}$
, — 6 — , 12 — 8
6 — $1\frac{1}{18}$
6 RR. 1 QF. 6 RF. $9\frac{1}{18}$ QZ.

§. 52.

Desgleichen:

6° — $8'$ — $9\frac{1}{8}''$
8 — 10 — $7\frac{1}{6}$
———————————
48 — 64 — 72
60 — 80 — 90
42 — 56 — $63\frac{7}{8}$
1 — 1 — 4
1 — 3
$1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{48}$
———————————
59 Q.R. 9 R.R. 4 Q.F. 10 RR. $\frac{19}{48}$ Q.Z.

§. 53.

Bey Veranschlagung eines Baues, und überhaupt im gemeinen Leben rechnet man nur mit Fußen und Zollen, und bedient sich dabey eines Hülfsmittels die Rechnung abzukürzen.

Dieses Mittel verursacht zwar mehrentheils Fehler, jedoch, wenn die zu berechnenden Sachen nicht eine außerordentliche Schärfe erfordern, so kann es mit vielen Vortheil angewandt werden. Z. B.

$$\begin{array}{l} 3' - 4'' \\ 2 - 8 \\ \hline 6 - 8 \\ 2 - 3 \\ \hline \end{array}$$

8 Q. F. 11 R. F. [welches man aber kürzer $8\frac{11}{12}$ Q.F. zu nennen pflegt.

Bey der Rechnung sind folgende Fehler durchgegangen, nemlich: 2′ × 3′ = 6 Q.F. 2′ × 4″ = 8 R.F., 8″ × 3′ = 24 R.F. oder 2 Q.F. dies ist noch richtig; aber 8″ × 4″ wären eigentlich 32 Q.Z. und diese sind hier mit 3 R. F. also mit 4 Q.Z. zu viel angerechnet. Allein, wenn man Q.Z. annähme, so würden 3 Klassen erfolgen, und das Produkt nicht mehr allein mit $8\frac{11}{12}$ Q.F. ausgedrückt werden können, welches freylich bequemer ist. Daher hat man ein für allemal angenommen, daß alle Quadratzolle welche über 6 betragen für 1 R.F. gelten, dagegen alle welche unter 6 betragen, ganz weggelassen werden sollen. Z. B.

$$\begin{array}{l} 4' - 9'' \\ 2 - 7 \\ \hline 8 - 5 \\ 1 - 6 \\ 2 - 4 \\ \quad\;\; 5 \\ \hline \end{array}$$

12 Q. F. 3 R.F. oder $12\frac{1}{4}$ Q. F.

Desgleichen mit Brüchen:

$2' \; — \; 3\frac{1}{4}''$
$4 \; — \; 2\frac{1}{2}$

8 — ,
1 — 1
4
1
1

9 Q.F. 7 R.F. oder $9\frac{7}{12}$ Q.F.

Hierbey ist folgendermaaßen gerechnet worden, $4' \times 2' = 8$ Q.F., $4' \times 3'' = 1$ R.F. $= 1$ Q.F., $4' \times \frac{1}{4}'' = 1$ R.F., $2'' \times 2' = 4$ R.F., $2'' \times 3'' = 6$ Q.Z., welches aber um keine Q.Z. haben zu wollen mit 1 R.F. angenommen ist, ferner $\frac{1}{2}'' \times 2' = 1$ R.F., übrigens ist $2'' \times \frac{1}{4}'' = \frac{1}{2}$ Q.Z. und $\frac{1}{2}'' \times \frac{1}{4}'' = \frac{1}{8}$ Q.Z. gänzlich weggeworfen worden.

Obgleich diese kürzere Art zu rechnen, wie gezeigt worden, viele Fehler enthält, so hält doch der Gewinn und Verlust, wegen des Zusetzens und Wegwerfens noch das Gleichgewicht gut genug, zumal wenn man viele dergleichen Exempel in eine Summe rechnet. Eben so macht die Weglassung der Brüche in den Zollen zu dem gewöhnlichen

Zweck auch keinen merklichen Unterschied, da bey Berechnung eines Fußbodens, einer Decke, des Putzes auf einer Wand ꝛc. selbst 1 Q. F. noch keinen Ausfall macht, daher kann diese Art zu rechnen in solchen Fällen füglich beybehalten werden.

§. 54.

Man siehet aus den bisherigen Beyspielen klar, daß wenn Fuß und Zoll gegeben sind, die zweyte Klasse nicht Quadratzolle, sondern Riemenfuß oder Zwölftheile eines Quadratfußes, so wie bey Ruthen die zweyte Klasse nicht Quadratfuße sondern Riemenruthen sind, welches doch sehr oft, und selbst von einigen Werkmeistern (welche eigentlich hiermit genau bekannt seyn sollten) für Quadratfuße oder Quadratzolle gehalten und geschrieben wird.

Dies rührt aber wohl daher, weil man gewöhnlich Fuße und Zolle ausmißt, und deshalb mehr in Gewohnheit ist, zwischen Fußen und Zollen oder Quadratfußen und Quadratzollen keine Zwischenabtheilung zu machen. Jedoch, wenn sie nur die zweite Klasse für

Zwölftheile der vorhergehenden Klasse halten, so bleibt es zwar immer ein Irrthum und Schreibfehler, keinesweges aber ein Rechnungsfehler.

Diese Beyspiele werden vielleicht hinlänglich seyn, sich in der Quadratrechnung zu üben, und sie auf würkliche Fälle anwendbar machen zu können.

Im zehntheiligen Maaße ist die ganze Quadratrechnung nichts anders, als die gewöhnliche Multiplikation einfacher gleichbenannter Zahlen, denn da wie §. 12, 23 und 29 gezeigt worden, jedes Maaß, es bestehe aus Ruthen, Füßen oder Zollen, jedesmal durch Nebeneinandersetzung der Zahlen in lauter Fuße oder Zolle verwandelt wird, so darf man nur diese Summen wie gewöhnlich untereinander multipliciren, und das Produkt nach der Anweisung §. 23. durch Zwischenstriche in Q.R., R.R., Q.F., R.F. ꝛc. abtheilen. Z. B. 3 Ruthen 6 Fuß 2 Zoll sollen mit 2 Ruthen 5 Fuß 1 Zoll multiplicirt werdeu, so setze man:

```
    362''
    251
    ---
    362
   1810
   724
  -----
  90862
```

90862 sind 9 Q.R., 0 R.R., 8 Q.F., 6 R.F. und 2 Q.Z.

Hierbey ist nichts weiter zu bemerken als daß am sichersten verfahren wird wenn man beide gegebene Zahlen, durch Anhängung der Nullen, entweder zu lauter Zollen, oder zu lauter Fußen, überhaupt zu lauter gleichbenannten Zahlen macht, denn dadurch weiß man zugleich, ob die letzte Zahl des Produkts Q.Z., oder R.F. ꝛc. ist. Denn, wenn 3 Ruthen 6 Fuß 2 Zoll mit 2 Ruthen 5 Fuß multiplicirt werden sollen, und man wollte setzen:

```
 362''
  25
------
 1810
 724
------
 9050
```

so würde die letzte Zahl nicht mehr Q.Z. sondern R.F. seyn. Da man aber hierbey leicht fehlen kann, so ist es besser, das Exempel wie gesagt so zu setzen:

```
 362''
  250''
-------
 18100
 724
-------
 90500
```

hierdurch erhält man die letzte Zahl 0 in Q. Zollen (weil Zolle mit Zollen Q.Z. geben) und durch die übrigen Abtheilungen weiß man sogleich auch, was die übrigen Zahlen bedeuten, nemlich 9 Q.R., 0 R.R., 5 Q.F., 0 R.F., 0 Q.Z.

Von der Cubic- oder Körper-Rechnung.

§. 55.

Einen Körper berechnen, heißt nichts anders, als vermittelst der Maaßen, welche man an seinen Seiten ausmessen kann, seinen Inhalt (Volumen) zu finden. Z. B. Wenn man einen Würfel (Cnbus) sowohl seiner Länge als Breite und auch der Höhe nach, jede vermittelst 12 Schnitten welche durch den ganzen Würfel reichen, zerschneidet, so wird man 1728 kleinere Würfel erhalten.

Ohne nun einen solchen Würfel wirklich zu zerschneiden, kann man die Anzahl der kleineren Würfel darinn blos durch Rechnung finden. Denn weun man, wie bey der Quadratrechnung erwähnt worden, eine Fläche sowohl der Breite als Länge nach, durch 12 Linien zertheilt, so erhält man 144 kleinere Flächen oder Quadrate, eben so wohl als wenn man 12 mit 12 multiplicirt hätte.

Wenn man daher die Länge, Breite und Höhe eines Würfels mit einander multiplicirt,

so findet man dessen körperlichen Inhalt, z. B. vorgedachten Würfel, welcher der Länge, Breite und Höhe nach mit 12 Schnitten zertheilt war, enthielt 1728 kleinere Würfel,

das ist 12′ lang
mit 12 breit multiplicirt
24
12
144
und mit 12 Höhe multiplicirt
288
144
giebt 1728 kleinere Würfel.

Ist nun ein Würfel 12 Fuß lang, 12 Fuß breit und 12 Fuß hoch, so kann man auch sagen, er ist 1 Ruthe lang, 1 Ruthe breit und 1 Ruthe hoch; ein solcher Würfel welcher also 1728 Cubicfuß enthält, heißt eine Cubicruthe.

Jede äußere Fläche einer Cubicruthe, deren sechs sind, ist eine Quadratruthe groß, sie liege also wie sie wolle, so ist die Grundfläche womit sie aufliegt = 1 Quadratruthe. Man kann also auch sagen, 1 Quadratruthe

Grundfläche mit 1 Ruthe Höhe multiplicirt, giebt 1 Cubicruthe.

Oder, ein Körper sey 4 Ruthen lang, 3 Ruthen breit und 2 Ruthen hoch, so ist seine Grundfläche womit er aufliegt, 4 Ruthen lang und 3 Ruthen breit, folglich 12 Quadratruthen groß, werden nun diese 12 Quadratruthen mit 2 Ruthen Höhe multiplicirt, so findet sich der körperliche Inhalt = 24 Cubicruthen.

Hieraus folgt, daß Quadratruthen mit Ruthen multiplicirt, Cubicruthen geben.

§. 56.

Theilet man die Cubicruthe Fig. 8. durch die Linie k i h und n m l ꝛc. in 12 gleiche Tafeln (§. 16) so enthält jede Tafel 1 Schachtruthe.

Eine Schachtruthe Fig. 9. ist 1 Ruthe lang, 1 Ruthe breit und 1 Fuß hoch, oder 12 Fuß lang, 12 Fuß breit und 1 Fuß hoch, enthält demnach 144 Cubicfuß, als den 12ten Theil einer Cubicruthe, oder auch wenn man

1 Quadratruthe Grundfläche mit 1 Fuß Höhe multiplicirt = 1 Schachtruthe.

Oder, wenn ein Körper 2 Ruthen lang, 2 Ruthen breit und 5 Fuß hoch ist, so ist seine Grundfläche = 4 Quadratruthen, und werden diese mit 5 Fuß Höhe multiplicirt, so erhält man 20 Schachtruthen.

Hieraus folgt, daß Quadratruthen mit Fußen multiplicirt, Schachtruthen geben.

§. 57.

Eine Schachtruthe in 12 gleiche Theile zertheilt, ergab nach §. 17. eben so viel Balkenruthen, folglich ist der zwölfte Theil einer Schachtruthe 1 Balkenruthe.

Nun ist es gleichgültig, auf welche Art die Schachtruthe in 12 Theile getheilt wird, wenn die Theile nur unter sich gleich groß bleiben. Man theile also in der 12ten Fig. die Linien ac, db und fg welche 1 Fuß hoch sind, in 12 gleiche Theile oder Zolle, und zerschneide darnach die Schachtruthe in 12 Bretter, so wird jedes Brett Fig. 13. wel-

ches 1 Ruthe lang, 1 Ruthe breit und 1 Zoll hoch ist, 1 Balkenruthe enthalten.

Die Grundfläche einer solchen Balkenruthe Fig. 13. ist = 1 Quadratruthe, und wenn z. B. 5 solche Bretter auf einander liegen, so machen sie einen Körper, welcher 1 Quadratruthe Grundfläche und 5 Zoll Höhe hat, und folglich 5 Balkenruthen enthält.

Oder, wenn ein Körper 3 Ruthen lang, 2 Ruthen breit und 4 Zoll hoch ist, so wird seine Grundfläche = 6 Quadratruthen enthalten, wird nun die Grundfläche mit der Höhe von 4 Zoll multiplicirt, so ergeben sich 24 Balkenruthen, folglich erhält man, wenn Quadratruthen mit Zollen multiplicirt werden, Balkenruthen.

§. 58.

Nach §. 18. enthält 1 Balkenruthe = 12 Cubicfuß, folglich würde wenn man die 13te Fig., welche 1 Balkenruthe vorstellte, in der Höhe ab. cd und ef nochmals in 12 gleiche Theile, oder Linien theilen wollte, jedes schwache Brettchen 1 Cubicfuß enthalten.

Solches Brettchen hätte dann eine Quadratruthe zur Grundfläche und 1 Linie zur Höhe, mithin geben Quadratruthen mit Linien multiplicirt, Cubicfuß, u. s. f.

§. 59.

Eine Balkenruthe Fig. 10. welche 1 Ruthe lang, 1 Fuß breit, und 1 Fuß hoch ist, hat 1 Riemenruthe zur Grundfläche.

Würden nun 12 Balkenruthen auf solche Art auf einander gelegt, so würde daraus ein Körper, welcher 1 Riemenruthe zur Grundfläche, und 1 Ruthe zur Höhe hat, und 1 Schachtruthe enthält. Hieraus folgt, daß Riemenruthen mit Ruthen multiplicirt Schachtruthen geben.

§. 60.

Wenn also 1 Riemenruthe nur 1 Fuß zur Höhe hat wie Fig. 10. so ist es 1 Balkenruthe; wenn sie 2 Fuß zur Höhe hat = 2 Balkenruthen. Hieraus ergiebt sich, daß Riemenruthen mit Fußen multiplicirt, Balkenruthen geben.

§. 61.

Eine Balkenruthe enthält 12 Cubicfuß. Wenn man also die Balkenruthen Fig. 14 in der Höhe bc, ge und hf in 12 gleiche Theile oder Bretter theilet, so ist jedes Brett 1 Ruthe lang, 1 Fuß breit und 1 Zoll hoch, und enthält ebenfalls 1 Cubicfuß.

Da nun ein solches Brett 1 Riemenruthe zur Grundfläche, 1 Zoll zur Höhe, und 1 Cubicfuß Inhalt hat, so folgt, daß Riemenruthen mit Zollen multiplicirt, Cubicfuße geben.

§. 62.

Ein solches Brett von Fig. 14. nochmals der Höhe oder Dicke nach in 12 gleiche Theile getheilt, würde 1 Riemenruthe Grundfläche 1 Linie zur Höhe und den zwölften Theil eines Cubicfußes, nemlich 1 Schachtfuß enthalten. Mithin werden Riemenruthen mit Linien multiplicirt, Schachtfuß geben.

§. 63.

Man denke sich in der 15. Fig. eine Balkenruthe welche aufrechts gestellt ist, so wird man

man aus den bisherigen leicht einsehen, daß dieselbe 1 Quadratfuß zur Grundfläche und 1 Ruthe zur Höhe hat.

Es müssen demnach Quadratfuße mit Ruthen multiplicirt, Balkenruthen geben.

§. 64.

Der zwölfte Theil einer Balkenruthe ist 1 Cubicfuß. Wird demnach in Fig. 15. die Höhe ab in 12 gleiche Theile getheilt, so ist jeder Theil 1 Cubicfuß wie Fig. 11.

Ein solcher Cubicfuß hat wie jeder Würfel 6 gleich große Fläche, er mag also liegen wie er will, so wird seine Grundfläche jederzeit 1 Quadratfuß betragen, und seine Höhe 1 Fuß seyn. Folglich geben Quadratfuße mit Fußen multiplicirt, Cubicfuße.

§. 65.

Nun stelle man sich der Deutlichkeit wegen wiederum vor, Fig. 8. sey ein Cubicfuß und theile solchen wie mit der Cubicruthe geschehen in 12 gleiche Tafeln, so wird jede

Tafel Fig. 12- 1 Quadratfuß Grundfläche und 1 Zoll zur Höhe haben.

Da aber der zwölfte Theil eines Cubicfußes, 1 Schachtfuß ist, so folgt, daß Quadratfüße mit Zollen multiplic., Schachtfüße geben.

§. 66.

Einen solchen Schachtfuß welcher 1 Zoll dick ist, nochmals der Dicke oder Höhe nach in 12 gleiche Theile getheilt, giebt zu jeden Theil einen Balkenfuß, welcher wieder 1 Quadratfuß zur Grundfläche und 1 Linie zur Höhe hat, daher geben Quadratfuße mit Linien multiplicirt, Balkenfuße.

§. 67.

Eben so stelle man sich in Fig. 10. einen Balkenfuß vor, welcher 1 Riemenfuß Grundfläche und 1 Zoll Höhe hat. Werden 12 solche Balkenfuße auf einander gelegt, so erhält man einen Schachtfuß welcher 1 Riemenfuß Grundfläche und 1 Fuß Höhe hat; 12 solche Schachtfuße auf einander gestellt, geben endlich einen Körper von 1 Cubicfuß

groß, welcher zwar immer noch 1 Riemenfuß Grundfläche aber 1 Ruthe zur Höhe hat.

Hieraus folgt, daß Riemenfuß mit Ruthen multiplicirt, Cubicfuß geben.

§. 68.

Der zwölfte Theil eines vorhin beschriebenen Körpers welcher 1 Cubicfuß enthält und dabey 1 Riemenfuß Grundfläche und 1 Ruthe zur Höhe hat, wird 1 R.F. Grundfläche und 1 Fuß Höhe, folglich 1 Schachtfuß Inhalt haben. Es geben also Riemenfuße mit Fußen multiplicirt, Schachtfuß.

§. 69.

Wiederum der zwölfte Theil eines solchen Schachtfußes, ist ein Balkenfuß wie Fig. 10. und hat 1 Riemenfuß zur Grundfläche und 1 Zoll zur Höhe. Es geben also Riemenfuße mit Zollen multiplicirt, Balkenfuße.

§. 70.

Ein Balkenfuß Fig. 14. in der Höhe in 12 gleiche Theile getheilt, giebt 12 schwache

Bretter, wovon jedes 1 Cubiczoll enthält, und 1 Riemenfuß zur Grundfläche und 1 Linie zur Höhe hat.

Riemenfuß mit Linien multiplicirt geben also Cubiczoll.

§. 71.

Man stelle sich in der 15ten Fig. einen Balkenfuß vor, selbiger hat 1 Quadratzoll zur Grundfläche und 1 Fuß zur Höhe. 12 Balkenfuß geben aber 1 Schachtfuß. Wenn daher 12 solche Balkenfuß auf einander gestellt werden, so erhält man einen hohen Stab, welcher 1 Quadratzoll Grundfläche und 1 Ruthe zur Höhe hat, dabey 1 Schachtfuß enthält.

Werden also Quadratzolle mit Ruthen multiplicirt, so erhält man Schachtfuß.

§. 72.

Der zwölfte Theil eines solchen Schachtfußes ist dann wieder ein so aufrecht stehender Balkenfuß wie Fig. 15. welcher 1 Quadratzoll Grundfläche und 1 Fuß Höhe hat.

Es werden demnach Quadratzolle mit Fußen multiplicirt, Balkenfuße geben.

Daß Quadratzolle mit Zollen multiplicirt Cubiczolle geben, ist schon aus dem vorhergehenden einzusehen u. s. w.

§. 73.

Die Hauptregel der ganzen zwölftheiligen Cubicrechnung ist demnach folgende:

Quadratruthen	mit	Ruthen	multipl.	geben	CR.
= =	=	Fußen	=	=	SR.
= =	=	Zollen	=	=	BR.
= =	=	Linien	=	=	CF.
Riemenruthen	=	Ruthen	=	=	SR.
= =	=	Fußen	=	=	BR.
= =	=	Zollen	=	=	CF.
= =	=	Linien	=	=	SF.
Quadratfuß	=	Ruthen	=	=	BR.
= =	=	Fußen	=	=	CF.
= =	=	Zollen	=	=	SF.
= =	=	Linien	=	=	BF.
Riemenfuß	=	Ruthen	=	=	CF.
= =	=	Fußen	=	=	SF.
= =	=	Zollen	=	=	BF.
= =	=	Linien	=	=	CZ.

Quadratzoll mit Ruthen multipl. geben SF.
„ „ „ Fußen „ „ BF.
„ „ „ Zollen „ „ CZ.
„ „ „ Linien „ „ SZ.

Anmerk. Um diese Regeln wiederum dem Gedächtnisse zu erleichtern, kann folgende Tafel dienen:

	□Ruthen	RRuthen	□Fuß	RFuß	□Zoll	RZol	□Linien	R. Linien	□Scrupel
Ruth.	CRuthen	SRuthen	BRuthen	CFuß	SFuß	BFuß	CZoll	SZol	BZoll
Fuß	SRuthen	BRuthen	CFuß	SFuß	BFuß	CZoll	SZol	BZol	C. Linien
Zoll	BRuthen	CFuß	SFuß	BFuß	CZoll	SZol	BZol	C. Linien	S. Linien
Linie	CFuß	SFuß	BFuß	CZoll	SZol	BZol	C. Linien	S. Linien	B. Linien
Scrupel.	SFuß	BFuß	CZoll	SZol	BZol	C. Linien	S Linien	B. Linien	CScrupel

Um also zum Beispiel zu wissen, was aus der Multiplikation mit Riemenruthen und Linien entsteht, darf nur die Kolonne von den Riemenruthen herunter, und die Kolonne von den Linien gerade aus verfolgt werden, so finden sich da wo beide Kolonnen sich treffen, Schachtfuß bemerkt.

Es geben also Riemenruthen mit Linien multiplicirt, Schachtfuß u. s. w.

Exempel zur Uebung in der Cubicrechnung.

§. 74.

Ein Körper hat 9 QR. 8 RR. Grundfläche und 2 Ruthen Höhe, man soll dessen Cubicinhalt berechnen.

9 QR.	8 RR.	
2° —	, —	
18 —	16 —	
19 CR.	4 SR.	

2° × 9 QR. = 18 CR., 2° × 8 RR. = 16 SR. oder 1 CR. und 4 SR.

§. 75.

Ein Körper sey 3 Ruthen 6 Fuß 8 Zoll lang, 2 Fuß 4 Zoll breit, so enthält er nach

§. 40. an Grundfläche 8 RR., 3 QF., 6 RF. 8 QZ. Hat derselbe nun 2 Ruthen Höhe, so findet man seinen Cubicinhalt:

⸗ — 8 RR. 3 QF. 6 RF. 8 QZ.
2° — ⸗ — ⸗ — ⸗ — ⸗ —
⸗ — 16 — 6 — 12 — 16 —
sind 1 CR. 4 SR. 7 BR. 1 CF. 4 SF.

Man wird diesen Exempel ohne Anweisung folgen können. Es ist aber dabey zu bemerken, daß die 2 Ruthen nur der Ordnung wegen nicht unter die 8 RR. sondern unter der Klasse der QR. stehen, um dadurch zugleich den Ort anzuzeigen, wo die Klasse der Cubic Ruthen ist, da man denn die übrigen Klassen auch leicht benennen kann. Hätte man aber die Regel wohl im Gedächtniß, so wäre es sehr gleichgültig, wo man die 2 Ruthen hinsetzen will.

§. 76.

Wenn 6 QR. 3 RR. 2 QF. mit 2 Ruthen 3 Fuß multiplicirt werden sollen, so setze man:

6 QR. 3 RR. 2 QF.
2 — 3′ — ⸗ —
12 — 6 — 4 —
18 — 9 — 6
12 — 24 — 13 — 6
sind 14 CR. 1 SR. 1 BR. 6 CF.

§. 77.

6 QR., 3 RR., 2 QF. sollen mit 2 Fuß 3 Zoll multiplicirt werden.

6 QR. 3 RR. 2 QF.
0 — 2′ — 3″ —
0 — 12 — 6 — 4
18 — 9 — 6
sind 1 CR. 2 SR. 1 BR. 1 CF. 6 SF.

Hierbey ist abermals zu bemerken, daß von der ersten Klasse an zuerst gesehen werden muß, wie das Produkt benannt wird, ehe dem folgenden Produkt der zweiten Klasse die gehörige Stelle angewiesen werden kann.

§. 78.

Es sollen 3 QR. 4 RR. 6 QF. mit 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll multiplicirt werden.

3 QR. 4 RR. 6 QF.
2° — 3′ — 6″ —
6 — 8 — 12 —
9 — 12 — 18
18 — 24 — 36
sind 7 CR. 8 SR. 9 BR. 9 CF. 0 SF.

§. 79.

Es sollen 3 QR. 4 RR. 6 QF. 3 RF. 5 QZ. mit 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll multiplicirt werden.

3 QR.	4 RR.	6 QF.	3 RF.	5 QZ.		
2° —	3′ —	6″ —	, —	, —		
6 —	8 —	12 —	6 —	10 —		
	9 —	12 —	18 —	9 —	15	
		18 —	24 —	36 —	18 —	30
7 CR.	8 SR.	10 BR.	4 CF.	9 SF.	11 BF.	6 CZ.

Bey diesem Exempel kommt der §. 73 ganz in Anwendung, nemlich:
$2^\circ \times 3$ QR. = 6 CR., $2^\circ \times 4$ RR. = 8 SR., $2^\circ \times 6$ QF. = 12 BR., $2^\circ \times 3$ RF. = 6 CF., $2^\circ \times 5$ QZ. = 10 SF. u. s. f.

§. 80.

Es sollen 3 QR. 4 RR. 6 QF. 3 RF. $5\frac{1}{2}$ QZ. mit 2 Ruthen 3 Fuß $6\frac{1}{4}$ Zoll multiplicirt werden.

3 QR. 4 RR. 6 QF. 3 RF. $5\frac{1}{2}$ QZ.
2° — 3 — $6\frac{1}{4}$ — , — , —

6 — 8 — 12 — 6 — 10
1
9 — 12 — 18 — 9 — 15
1 — 6
18 — 24 — 36 — 18 — 30
3
9
1 — 1 — 6 — 9
$1\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$

7 CR. 8 SR. 11 BR. 3 CF. , SF. 8 BF. $1\frac{1}{8}$ CZ.

Nachdem mit den untern 2° die ganze obere Reihe bis auf den $\frac{1}{2}$ QZ. multiplicirt worden, heißt es $2^{\circ} \times \frac{1}{2}$ QZ. = 1 SF. Desgleichen am Ende der zweyten Reihe: $3' \times \frac{1}{2}$ QZ. = $1\frac{1}{2}$ BF. oder 1 BF. 6 CZ. Am Ende der 3ten Reihe: $6'' \times \frac{1}{2}$ QZ. = 3 CZ. Sodann mit dem unten stehenden $\frac{1}{4}''$, die obere Reihe, als: $\frac{1}{4}'' \times 3$ QR. = $\frac{3}{4}$ BR. oder 9 CF., $\frac{1}{4}'' \times 4$ RR. = 1 CF., $\frac{1}{4}'' \times 6$ QF. = $1\frac{1}{2}$ SF. oder 1 SF. 6 BF., $\frac{1}{4}'' \times 3$ RF. = $\frac{3}{4}$ BF. oder 9 CZ. $\frac{1}{4}'' \times 5$ QZ. = $1\frac{1}{4}$ CZ., und endlich $\frac{1}{4}'' \times \frac{1}{2}$ QZ. = $\frac{1}{8}$ CZ.

§. 81.

Wenn die Brüche wie in dem ebengezeigten Falle von der Art sind, daß sie sich zu

Ganze auflösen lassen, so kann man durch die Auflösung derselben gleich in der Aufgabe, die Bruchrechnung vermeiden. Z. B. dieses Exempel würde folgendermaaßen angesetzt werden:

3 QR. 4 RR. 6 QF. 3 RF. 5 QZ. 6 RZ.
$2^{\circ} — 3' — 6'' — 3'''$

6 — 8 — 12 — 6 — 10 — 12
9 — 12 — 18 — 9 — 15 — 18
18 — 24 — 36 — 18 — 30 — 36
9 — 12 — 18 — 9 — 15 — 18

7 CR. 8 SR. 11 BR. 3 CF. ꝛ SF. 8 BF. 1 CZ. 4 SZ. 6 BZ.

Die oben herausgebrachten $1\frac{3}{8}$ CZ. sind nichts anders als die jetzigen 1 CZ. 4 SZ. 6 BZ.

§. 82.

Es sollen 3 QR. und 4 QZ. mit 2 Ruthen 3 Fußen und 6 Zollen multiplicirt werden, so setze man

3 QR. ꝛ RR. ꝛ QF. ꝛ RF. 4 QZ.
$2^{\circ} — 3' — 6''$

6 — ꝛ — ꝛ — ꝛ — 8 —
9 — ꝛ — ꝛ — ꝛ — 12
18 — ꝛ — ꝛ — ꝛ — 24

6 CR. 10 SR. 6 BR. ꝛ CF. 9 SF. 2 BF. ꝛ CZ.

§. 83.

Wenn 4 QR. 3 RR. 2 QF. 3 RF. 5 QZ. mit 6 Zollen multiplicirt werden sollen, so setze man

4 QR. 3 RR. 2 QF. 3 RF. 5 QZ.
; — ; — 6'

; — ; — 24 — 18 — 12 — 18 — 30

giebt 2 SR. 1 BR. 7 CF. 1 SF. 8 BF. 6 CZ.

§. 84.

Es sollen 3 QR. 4 RR. 2 QF. 3 RF. 5 QZ. mit 2 Ruthen 3 Zollen multiplicirt werden:

3 QR. 4 RR. 2 QF. 3 RF. 5 QZ.
2° — ; — 3''

6 — 8 — 4 — 6 — 10
9 — 12 — 6 — 9 — 15

6 CR. 9 SR. 2 BR. 7 CF. 4 SF. 10 BF. 3 CZ.

§. 85.

Es sollen 4 RR. 3 QF. 5 RF. mit 6 Ruthen 2 Fuß 7 Zoll multiplicirt werden.

4 RR. 3 QF. 5 RF.
6° — 2′ — 7″

24 — 18 — 30
8 — 6 — 10
28 — 21 — 35

2 CR. 2 SR. 7 BR. 6 CF. 8 RF. 11 BF.

§. 86.

Eine Stange Eisen sey 27 Fuß 6 Zoll oder 2 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll lang, dabey $2\frac{1}{2}$ Zoll dick und 3 Zoll breit. Es wird gefragt, wie viel Cubicinhalt diese Stange enthält?

2° — 3′ — 6″ Länge
; — ; — 3″ Breite

; — ; — 6 QF. 9 RF. 18 QZ.
; — ; — $2\frac{1}{2}$″ ; ; Dicke

; — ; — ; — ; — 12 — 18 — 36
3 — 4 — 6
9

; — ; — ; — 1 CF. 5 SF. 2 BF. 3 CZ.

Oder man setze

3″ Breite
$2\frac{1}{2}$″ Dicke

6
1 — 6

sind 7 QZ. 6 RZ.

Ferner setze man:

ꝛ QR. ꝛ RR. ꝛ QF. ꝛ RF. 7 QZ. 6 RZ.
2° — 3′ — 6″ ꝛ ꝛ ꝛ ꝛ Länge

ꝛ — ꝛ — ꝛ — ꝛ — 14 — 12
21 — 18
42 — 36

sind wieder 1 CF. 5 SF. 2 BF. 3 CZ ꝛ

Würde aber gesagt, 1 CZ. Eisen wiegt 10 Loth, wie viel wiegt diese Stange Eisen? so könnte man zwar 1 CF. 5 SF. 2 BF. 3 CZ. zu lauter Cubiczollen machen, und das Produkt mit 10 Loth multipliciren, nemlich:

1 CF. 5 SF. 2 BF. 3 CZ.
12
17 SF.
12
36
17
206 BF.
12
415
206
sind 2475 CZ.
10 Loth multiplicirt
giebt 24750 Loth an Gewicht.

Besser aber ist es dann, die Aufgabe so anzusetzen:

2° 3′ 6″ sind 330″ Länge
und mit 3 Breite multipl.
giebt 990 QZ.
mit $2\frac{1}{2}$ Dicke multipl.
1980
495
giebt 2475 CZ.
und mit 10 Loth multiplicirt
sind ebenfalls 24750 Loth oder 7 Centner 3 Pfund 14 Loth.

§. 87.

Ein Körper ist 2 Fuß $3\frac{1}{5}$ Zoll breit und 3 Fuß $4\frac{1}{7}$ Zoll lang, mithin enthält er nach §. 50. 7 QF., 6 RF., $11\frac{31}{35}$ QZ. Ist nun derselbe 4 Fuß $6\frac{1}{9}$ Zoll hoch, so sey die Frage, wie viel Cubicinhalt enthält dieser Körper?

Da diese Brüche sich auf keine Weise zu ganzen Zahlen auflösen lassen, so ist man schlechterdings genöthigt, sie beyzubehalten und die Rechnung folgendermaaßen zu führen:

7 QF.

7 QF. 6 RF. $11\frac{31}{35}$ QZ.	
4′ — $6\frac{1}{9}$″	
28 — 24 — 44	315
3 — $6\frac{18}{35}$	162
42 — 36 — 66	
$5\frac{11}{35}$	99
9 — 4	
4	
$1\frac{2}{9}$	70
$\frac{31}{315}$	31
sind 34 CF. 2 SF. 3 BF. $3\frac{47}{315}$ CZ.	362

Dergleichen Subtilitäten kommen zwar selten vor, allein der vollständigen Kenntniß wegen ist es nothwendig, sich auch hiermit bekannt zu machen.

§. 88.

In §. 53. ist eine Art zu rechnen erwähnt worden, welche man gemeinhin und bey Veranschlagungen angenommen hat, diese wird in der Cubicrechnung auf gleiche Art fortgesetzt. Z. B.

Es sey ein Körper 4 Fuß 6 Zoll lang, 2 Fuß 3 Zoll breit und 3 Fuß 5 Zoll hoch, so setzet man:

	4′ — 6″	
	2 — 3	
	8 — ;	
	1 — ;	
	1 — 2	
sind	10 — 2	Grundfläche
	3′ — 5″	
	30 — 6	
	4 — 2	
	1	
giebt	34 CF. 9 SF.	

giebt 34 CF. 9 SF. welche man $34\frac{9}{12}$ oder $34\frac{3}{4}$ CF. nennt.

Auf der richtigern Art würde dieses Exempel so seyn:

	4′ — 6″	
	2 — 3	
	8 — 12	
	12 — 18	
	10 — 1 — 6	Grundfläche
	3 — 5	
	30 — 3 — 18	
	50 — 5 — 30	
giebt nur	34 CF. 7 SF. 1 BF. 6 CZ.	

In der ersten Art zu rechnen war das Produkt = 34 CF. 9 SF.
und auf der andern Art = 34 — 7 — 1 BF. 6 CZ.
mithin zuviel — 1 SF. 10 BF. 6 CZ.

§. 89.

Dagegen sey ein anderer Körper 3 Fuß 2 Zoll lang, 2 Fuß 2 Zoll breit und 3 Fuß 4 Zoll hoch, so wird er nach der ersten Art enthalten:

3′ — 2″	
2′ — 2	
6 — 4	
6	
6 — 10	Grundfläche
3 — 4	
18	
2 — 6	
2 — 3	
22 CF. 9 SF. oder $22\frac{3}{4}$ CF.	

Nach der richtigern Art würde es betragen:

```
 3' — 2''
 2  — 2
─────────
 6  — 4
      6 — 4
──────────────
 6 — 10 — 4 Grundfläche
 3' — 4''
──────────────
18 — 39 — 12
      24 — 40 — 16
─────────────────────
22 CF. 10 SF. 5 BF. 4 CZ.
```

Wenn er nun nach der richtigen Art
= 22 CF. 10 SF. 5 BF. 4 CZ.
und nach der ersten Art 22 — 9 enthält
so ist hier zu wenig 1 SF. 5 BF. 4 CZ.

Man siehet hieraus abermals wie sehr bey dieser gemeinen Art zu rechnen gefehlt wird, da gegen das richtige Produkt einmal zu viel, und das anderemal zu wenig herauskommt. Es würde jedoch weitläuftig seyn, in den Anschlägen und Rechnungen CF., SF., BF. ꝛc. aufzuführen. Wollte man indeß lieber nach der ausführlich gezeigten richtigen Art rechnen, dann aber von den Produkten, das was 6 BF. und darüber beträgt als 1 SF. zu rechnen, und dagegen das was unter 6 BF. beträgt ganz weg-

werfen, so würde die Berechnung im Ganzen um nichts richtiger werden, zwar würde nicht gleich von Anfang an zugesetzt und weggeworfen werden, und man würde verlangtermaaßen ebenfalls nur Cubicfuße und Zwölftheile eines Cubicfußes erhalten. Denn z. B. das erste Produkt von 34 CF., 7 SF., 1 BF. und 6 CZ. würde $34\frac{7}{12}$ Cubicfuß, und das andere Produkt von 22 CF. 10 SF. 5 BF. 4 CF. würde $22\frac{5}{6}$ CF. gesetzt werden können.

Allein, daß man auf diese Art der Wahrheit eben so wenig näher kommt, läßt sich noch auf folgende Art beweisen. Z. B. das

erste richtige Produkt	34 CF.	7 SF.	1 BF.	6 CZ.
das zweite	22 —	10 —	5 —	4 —
macht zusammen	57 CF.	5 SF.	6 BF.	10 CZ

Das erste Produkt nach der gewöhnlichen Art beträgt

	34 CF.	9 SF.		
das zweite	22 —	9 —		
macht zusammen	57 CF.	6 SF.		
es sind aber nur	57 —	5 —	6 BF.	10 CZ.
mithin der Unterschied	;		5 BF.	2 CZ.

Nach der eben erwähnten Art, wo man am Ende der Rechnung nur erst zurechnet oder wegwirft, beträgt

die erste Summe	34 CF.	7 SF.		
und die andere	22 —	10 —		
macht zusammen	57 CF.	5 SF.		
es sind aber	57 —	5 —	6 BF.	10 CZ.
also der Unterschied	; —	; —	6 BF.	10 CZ.

Es würde demnach bey Rechnungen von einiger Wichtigkeit, keine andere als die abgehandelte zwar etwas weitläuftige jedoch sehr richtige Art zu rechnen, anzurathen seyn.

Um sich aber diese Rechnungsart ganz geläufig zu machen, wird es gut seyn, außer den hier vorgetragenen Exempeln, sich verschiedene andere aufzusetzen und auszurechnen. Die Regeln auf jeden verschiedenen Fall dürften wohl hier in Beyspielen gezeigt seyn.

Von Ausmessung und Berechnung einiger Längen, Flächen und Körper.

§. 90.

Um den Nutzen und Zweck vorstehender Anweisung zur Quadrat und Cubicrechnung näher kennen, und einige Anwendung davon auf besondere Fälle machen zu lernen, wird es nicht undienlich seyn, die gewöhnlichsten Fälle davon aufzustellen, zuförderst aber eine allgemeine Uebersicht der zu messenden und zu berechnenden Längen, Flächen und Körper voranzusetzen.

Längen oder Linien giebt es insbesondere dreyerley, nemlich: gerade Linien, runde Linien und irregulaire krumme Linien.

1) Eine gerade Linie ist die kürzeste Entfernung oder der nächste Weg von einem Punkte zum andern.

2) Eine runde Linie ist jede um einen festen Punkt herumgezogene Zirkellinie, in welcher mithin jeder Punkt vom Mittelpunkt gleich weit entfernt ist.

3) Eine krumme Linie ist jede andere irregulaire, geschweifte oder aus freyer Hand gezogene Linie.

Ferner sind folgende leichte Sätze genau zu merken:

1) Wenn 2 gerade Linien in einen Punkt zusammenstoßen, so machen sie einen Winkel als a Fig. 16.

2) Wenn die unterste Linie weiter als die Spitze des Winkels hinausgeht, so hat man 2 Winkel neben einander, nemlich Fig. 17. die Winkel abc und cbd.

3) Wenn in Fig. 18. die Linie cd auf der Linie ef dergestalt aufgerichtet oder ge-

zogen ist, daß sie nach keiner Seite überhängt, so nennt man die Winkel x und y oder jeden für sich, einen rechten Winkel, und man sagt dabey auch, daß die Linie cd auf der ef winkelrecht oder perpendikular stehe.

Da die rechten Winkel und die winkelrechten Linien am mehrsten vorkommen, so müssen solche vorzüglich gemerkt werden, wozu auch noch gehört, daß ein rechter Winkel daran erkannt wird, daß zwischen seinen Linien aus der Spitze just der vierte Theil eines Zirkelumkreises beschrieben werden kann so ist zum Beyspiel in Fig. 18. der halbe Zirkel edf durch die 2 rechten Winkel, oder durch die winkelrechte Linie cd in zwei gleiche Theile, oder in zwei viertel Zirkel getheilt.

Anmerk. Sowohl die großen Winkelmaaße Fig. 19. deren sich die Zimmerleute bedienen, als auch die kleinern Fig. 20, oder die hölzernen Dreiecke, welche man in den Reißzeugen findet, sind genau nach dem rechten Winkel gearbeitet.

Will man nun eine winkelrechte oder eine perpendikulaire Linie auf eine andere ziehen, als z. B. auf hi Fig. 21. so darf

man nur das Winkelmaaß oder das Dreieck mit einer Seite an die Linie hi dergestalt anlegen, daß die Spitze des rechten Winkels desselben, an den Punkt i liegt, auf welchen die Perpendikulairlinie gezogen werden soll, und dann mit Bleistift långst der Seite ki des Winkelmaaßes oder des Dreiecks, eine Linie ziehen; welche alsdann winkelrecht auf die untere Linie hi steht.

Ein Winkel Fig. 22. der kleiner ist als ein rechter Winkel, heißt ein spitzer Winkel, und ein Winkel Fig. 23. der größer ist als ein rechter Winkel, heißt ein stumpfer Winkel.

Zwey oder mehrere gerade Linien, welche niemals zusammenstoßen, sondern immer gleich weit von einander entfernt bleiben, man mag sie noch so weit verlångern wie z. E. eine Wagengleiß, nennt man Parallellinien, wie Fig. 24.

§. 91.

Die Flåchen werden folgendermaaßen eingetheilt:

1) In dreyseitige Figuren. Ein Dreyeck Fig 20 und 48 ist jede von drey geraden Linien eingeschloßene Flåche.

2) In regulaire vierseitige Figuren, und zwar a) in regulaire und gleichseitige Vierecke Fig. 25. welche von vier gleich langen Seiten eingeschlossen sind, und jeder Winkel ein rechter Winkel ist. b) In länglichte regulaire Vierecke Fig. 26. welche von 4 geraden Seiten umschlossen sind, und worin jeder der vier Winkel ein rechter Winkel ist, die gegenüberstehenden Seiten aber nur gleich lang sind.

3) In verschobene Vierecke. Ein verschobenes Viereck hat entweder gleich lange Seiten Fig. 27. oder die gegenüberstehenden Seiten sind nur gleich lang Fig. 28. In beyden sind aber nur die überecks stehenden Winkel sich gleich.

4) In irregulaire Vierecke Fig. 29. in welchen weder Winkel noch Seiten sich gleich sind.

5) In regulaire Vielecke. Ein regulaires Vieleck (Polygon) Fig. 30. ist eine 5, 6, 7 und mehrseitige Figur welche innerhalb eines Zirkels beschrieben wird, und worin alle Seiten gleich lang sind.

6) In irregulaire Vielecke Fig. 31.

7) In Zirkel Fig. 32.
8) In Ovale Fig. 33.

§. 92.

Diejenigen Körper welche im gemeinen Leben am häufigsten vorkommen, sind:

1) Der Würfel (Cnbus) ist ein regulairer achteckigter Körper, welcher von gleich langen Seiten und lauter rechten Winkeln umschlossen ist. Fig. 34.
2) Ein ähnlicher länglichter Körper (Parallelopipedum) ist ein länglichter achteckigter Körper, welcher zwar von geraden aber nicht gleich langen Seiten, und lauter rechten Winkeln umschlossen wird. Fig. 35.
3) Ein Prisma Fig. 36. hat unten und oben gleich große Flächen, sie mögen übrigens von 3, 4 und mehreren geraden Linien umschlossen seyn, dabey stehet die obere Fläche über der untern parallel.
4) Ein Zelinder Fig. 37. ist ein Körper von gleichen Eigenschaften, nur daß seine Grundflächen aus Zirkeln bestehen.

5) Eine Pyramide Fig. 38. ist bekannter-maaßen ein Körper, welcher eine von 3, 4 und mehrern geraden Seiten umschlossene Grundfläche hat, und in der Höhe in eine Spitze zusammen läuft.

6) Ein Kegel ist eben ein solcher Körper, nur daß seine Grundfläche ein Zirkel ist. Fig. 39.

7) Eine Kugel Fig. 40. und

8) Ein irregulairer Körper, z. B. ein Feldstein. Fig. 41.

Von der Längenmessung.

(Longimetria.)

§. 93.

Die Ausmessung oder die Berechnung der vorgedachten Längen, Flächen und Körper kann nun auf zweierley Art vorkommen, nemlich entweder:

1) In der Natur selbst, oder

2) nach einem Riß auf dem Papier.

Wie im ersteren Fall die Längen, Breiten und Höhen mit einem Maaßstocke gemessen werden, ist bekannt und auch hier schon erwähnt worden. Allein wegen der Maaßställe und des Abmessens der Linien auf den Rissen nach selbigen, ist folgendes zu merken.

Es ist nemlich, je nachdem man den Riß groß oder klein hat machen wollen, eine gewisse Länge z. E. ab Fig. 42 für einen Fuß angenommen; diese Länge ist 11mal hintereinander weg von a nach d aufgetragen, und diese Abtheilung mit Striche bemerkt worden. Ferner sind diese 11 Theile (deren jedes einen Fuß vorstellt) zusammengefaßt, und die Punkte mit Zahlen bemerkt worden.

Nicht selten findet man daß gleich da wo die einzelnen kleinen Abtheilungen bey d aufhören, 10 stehet, dann folgt 20, 30 ꝛc. wie die obern Zahlen in der 42sten Figur.

Dies ist aber sehr falsch und kann zu großen Irrthümern Gelegenheit geben; denn gesetzt man wollte 37 Fuß auf diesen Maaßstabe abnehmen, so würde man leicht den einen Fuß des Zirkels da einsetzen, wo 30 steht, und mit den andern Fuß noch 7 einzelne fassen.

Man hätte aber eigentlich nur 27 Fuß anstatt 37 Fuß gefaßt, oder man könnte leicht eine mit dem Zirkel abgenommene Linie von 27 Fuß, wegen der unrechten

Stellung der Zahl 30, für 37 Fuß lang angeben.

Es müssen daher die Zahlen bey den Maaßstäben so angeschrieben werden, wie die untern, nemlich die 10 muß nicht da stehen wo die einzelnen Fuße aufhören, sondern um 10 Fuß zurück bey v.

Sind in Rissen die Maaßstäbe wie vorgedacht, oder wie die obern Zahlen Fig. 42. zeigen, falsch beschrieben, so muß man solche gleich (wie auch hier in der Figur geschehen) ausstreichen und selbige so wie die untern Zahlen zeigen, beschreiben.

Denn wenn man hiernach z. B. 37 Fuß fassen will, und man setzt den einen Fuß des Zirkels da ein, wo die Zahl 30 steht und faßt noch 7 einzelue Theile oder Fuß dazu, so hat man richtig eine Linie von 37 Fuß und man kann also nicht irren.

Die Maaßstäbe auf den Baurissen sind gewöhnlich nur klein, weil die Risse sonst zu groß werden müßten. Man kann also die einzelnen Zolle nicht füglich darauf abtheilen, oder mit den Zirkel abnehmen. Man begnügt sich daher einen Fuß nur in die Hälfte und in Viertel zu theilen, oder in 3, 6 und 9 Zoll, wie ab.

Will man zur Uebung die Linien ef, ck, gh ausmessen, so wird man finden, daß wenn man ef mit den Zirkel faßt, und die eine Spitze da einsetzt wo unten 20 stehet, die andere Spitze des Zirkels gerade da

hinreichen wird, wo die einzelnen Abtheilungen anfangen; diese Linie hat also keine einzelnen Fuße, sondern sie ist gerade zwanzig Fuß lang. Nimmt man ck mit den Zirkel, so wird man finden, daß wenn die eine Spitze in 30 gesetzt wird, die andere noch 4 einzelne Fuß faßt; sie ist also 34 Fuß lang.

Faßt man die Linie gh so zeigt sich, daß wenn der eine Fuß des Zirkels in 20 gesetzt wird, der andere noch 7 ganze Fuß und von dem folgenden 8ten ohngefähr die Hälfte faßt, sie ist also $27\frac{1}{2}$ oder 27 Fuß und 6 Zoll lang.

Weun eine Spitze des Zirkels zwischen einer Abtheilung von ganzen Fußen stehet, so muß man bey so kleinen Maaßstäben durch den in die Hälfte und in Viertel eingetheilten vordern Fuß nach dem Augenmaaß schätzen, oder das über einen ganzen Fuß sich abschneidende Stück $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ Fuß besonders messen.

Einzelne Zolle können wie gesagt, auf solchen kleinen Maaßstäben nicht abgenommen werden, sondern wenn das seyn soll, so müssen die Maaßstäbe größer und so beschaffen seyn, wie der Fig. 43 dargestellte.

Es ist nemlich dabey die Länge welche einen Fuß vorstellen soll, nicht 10 sondern 12 mal aufgetragen. Dann ist eben diese Länge aus a in b und aus c in d winkelrecht aufgetragen, die Punkte b und d zu-

sammen, und auch eine schräge Linie aus b nach c gezogen, welche alle in den Abtheilungspunkten errichtete Winkelrechte (oder perpendikulaire Linien) durchschneidet, und zwar so daß der kleine Abschnitt 1. ein, der mit 2. bezeichnete zwei, der mit 3. bezeichnete, drei Zoll beträgt u. s. w. bis 12.

Um diesen Maaßstab zu verlängern sind aber nicht von c weiter, 12 Fuß zusammen, sondern nur 10 und so weiter immer 10, aufgetragen, weil, wenn es 12 wären, wieder Verwirrung entstehen würde.

Will man nun nach diesem Maaßstabe z. E. die Linien m n messen, so wird man finden, daß wenn man den einen Fuß des Zirkels in 10 setzt, der andere noch 2 ganze Fuß mehr und noch ein Stück zwischen den 2ten und 3ten Fuß faßt; die 10 und 2 ganze, das wären also 12 Fuß; nun nimmt man das übrige Ende zwischen dem zweiten und dritten Fuße besonders mit den Zirkel ab, und hält es gegen eine der aufwärts gehenden Linien, wo dieses Maaß zwischen der untern und der schrägen Linie paßt; hier z. B. wird es an der Linie zutreffen wo 9 stehet, folglich ist die Linie 12 Fuß und 9 Zoll lang.

Wenn man Linien mit den Zirkel faßt und auf dem Maaßstabe mißt, muß man den Zirkel nicht schräg mit den Riß oder Papier, sondern recht gerade aufhalten, so daß

daß die Spitzen des Zirkels nicht an den Punkten anliegen, sondern gerade in selbigen stehen; jedoch muß man behutsam verfahren, und nicht das Papier durchstechen.

Man muß auch den Zirkel nicht mit beiden Händen fassen, sondern mit einer Hand regieren, das ist, auf und zumachen, welches sich bei einiger Uebung leicht findet, indem man an einen Fuß des Zirkels den Daumen, den Zeigefinger unter den andern Fuß des Zirkels zum Zudrücken, und den Mittelfinger zwischen die Zirkelfüße legt, womit man dieselben eröffnen kann. Die beiden kleinen Finger liegen alsdann unter den Zirkel.

Auf einem schon angefertigten Risse lassen sich nun wohl die Linien zur Abtheilung der Figuren in Dreiecke, ingleichen die Perpendikularlinien leicht mit Bleystift ziehen; allein auf einen Platz als z. B. auf einem Hofe, in einem Garten, auf einem Fußboden ꝛc. geht solches nicht füglich an, daher müssen dergleichen Plätze, wenn deren Inhalt berechnet werden soll, erst nach dem verjüngten Maaßstabe in einen Riß gebracht werden.

Dabey verfährt man folgendergestalt. Z. B. man soll einen auszumessenden Hof aufzeichnen. Fig. 44.

Man theile denselben durch ausgespannte Schnüre von a nach b und von a nach d in Dreiecke ab.

Auf einem Blatte Papier Fig. 45. zeichnet man sich die vorhabende Figur ohngefähr auf und auch die Querlinien.

Nun mißt man mit einem Maaßstabe alle Linien der Figur und schreibt das Maaß am gehörigen Orte an, wie die in der 45sten Fignr beygeschriebenen Zahlen zeigen.

Alsdann macht man sich auf einem andern geraden Papier Fig. 46. einen Maaßstab.

Nach diesem Maaßstabe giebt man der Linie ac so viele Fuße und Zolle, als sie im Großen hatte und gemessen worden.

Dann faßt man das Maaß der Linie cd mit den Zirkel auf dem Maaßstabe; setzt dann einen Fuß des Zirkels in den Punkt c und mit den andern wird ein Bogen (der in der Figur punktirt ist) gerissen. Nun nimmt man auch die Länge der Linie ad auf dem Maaßstabe ab; setzt den einen Fuß des

Zirkels in a und mit den andern durchschneidet man den vorhin gezogenen Bogen in den Punkt d, alsdann kann man die Linien ad und cd ausziehen.

Ferner nimmt man auch die Linie db nach dem Maaßstabe, setzt einen Fuß des Zirkels in den Punkt d und beschreibt wieder einen Bogen. Alsdann faßt man die Länge der Linie ab auf dem Maaßstabe, setzt einen Fuß des Zirkels in den Punkt a und durchschneidet den Bogen in den Punkt b; alsdann werden die Linien ab und db gezogen. Endlich so nimmt man auch die Länge be, setzt den Fuß des Zirkels in den Punkt b und macht mit der andern Spitze desselben wieder einen Bogen. Wenn das Maaß der Linie ae abgenommen, so setzt man den einen Fuß des Zirkels in den Punkt a, durchschneidet den Bogen und zieht die Linien ae und be, so hat man die Figur im Kleinen nach dem verjüngten Maaßstabe aufgetragen, und nunmehr kann man die Ausrechnung mit den Perpendikulärlinien, wie §. 94 gezeigt wird, vornehmen.

Anmerk. Des deutlichen Unterrichts wegen, sind die Perpendikulärlinien in dieser Figur mit Winkelhaken bemerkt worden. Man siehet leicht auf welchen Linien der Dreiecke sie winkelrecht stehen; und mit diesen müßten die Perpendikulärlinien jederzeit multiplicirt werden, wie §. 94 vorkommt.

§. 93.

Eine Zirkellinie auszumessen, kann nicht unmittelbar mit dem Zirkel und Maaßstabe geschehen, sondern hierzu sind noch andere Vorkehrungen erforderlich.

Zuvörderst merke man sich in jedem Zirkel Fig. 47.

1) den Mittelpunkt (Centrum) c.

2) die Umkreislinie (Peripherie) ahbk.

3) die Linie ab, welche von einem Punkt des Umkreises bis zum andern, und zwar durch den Mittelpunkt gehet. Diese Linie ist die längste in jedem Zirkel, und wird daher der Durchmesser (Diameter) genannt.

Wenn man in einem Zirkel, er sey groß oder klein, den Durchmesser in 7 gleiche Theile theilt, so wird man finden, daß die

Umkreislinie beynahe 22 eben solcher Theile hat, das heißt, der Umkreis wird $3\frac{1}{7}$ mal so lang als der Durchmesser seyn.

Mit diesem Verhältniß war man aber schon lange nicht mehr zufrieden, sondern man theilte den Durchmesser in 100 gleiche Theile, und fand, daß die Umkreislinie 314 solcher Theile hatte, d. i. $3\frac{14}{100}$ mal so lang als der Durchmesser.

Ein kleiner Zirkel hat einen kleinen Durchmesser, folglich einen kleinen Umkreis. Ein größerer Zirkel hat einen größeren Durchmesser, und also auch einen größeren Umkreis. Es steigen aber die Größen der Theile im Umkreise, wie die der Durchmesser, und daher bleibt das erwähnte Verhältniß sich immer gleich.

Zum Beweise versuche man mit dem ersten Verhältniß, und es wird sich ergeben, daß jeder große oder kleine Zirkel sich auf die Art eintheilen läßt. Stimmt aber das erste Verhältniß in jedem Zirkel nur beynahe, so wird es mit dem zweyten Verhältnisse noch näher seyn.

Wenn nun von einem Zirkel bekannt ist, daß dessen Durchmesser 100 Theile, und der Umkreis 314 eben solche Theile hat, so kann man jede andere Zirkellinie nach der Regel de Tri berechnen, wenn man deren Durchmesser ausgemessen hat.

Die Regel de Tri hat ihre Benennung daher, weil man vermittelst derselben aus drey bekannten Sätzen oder Gliedern, das vierte findet. Z. B. wenn 2 Pfund 4 Groschen kosten, so kosten 8 Pfund 16 Groschen. Oder man sagte, 2 verhält sich zu 4, wie 8 zu 16. Es sind also die drey ersten Sätze bekannt, und der vierte Satz wird gesucht. Bekanntlich werden die beiden mittlern Glieder als 4 und 8 mit einander multiplicirt und mit dem vordern Gliede darin dividirt, der Quotient ist das vierte Glied, hier 16. Z. B.

$$2 : 4 = 8 : 16$$

```
       8
    -------
 2 |  32  | 16
   |   2  |
    -------
      12
```

Der Grund dieser Regel ist folgender:

1) Man multiplicirt die beyden mittlern Glieder, so erhält man 4 × 8 = 32 desgl. auch die beiden äußern Glieder, nemlich 2 × 16 = 32

2) Da nun das Produkt der
innern Glieder : : 4×8
dem Produkt der äußern Glieder 2×16
jederzeit gleich ist, so wird

a) Wenn man mit dem vierten Gliede in das Produkt der mittlern dividirt, das erste Glied erscheinen, desgleichen
b) mit dem 3ten Gliede in das Produkt der äußern dividirt, giebt das zweite Glied;
c) mit dem zweiten Gliede in das Produkt der äußern Glieder dividirt, giebt das dritte Glied, und
d) mit dem ersten Gliede in das Produkt der mittlern Glieder dividirt, giebt das vierte Glied.

Folglich, wenn die 3 ersten Glieder gegeben sind, so dividirt man mit dem 1steu Gliede in das Produkt der mittlern oder des 2ten und 3ten Gliedes, und man erhält das 4te Glied.

Wenn z. B. in der 47sten Figur der Durchmesser 4 Fuß 2 Zoll lang ist, und es wird gefragt, wie lang dessen Kreislinie sey, so setze man: wie sich 100 verhält zu 314, eben so verhalten sich 4 Fuß 2 Zoll oder 50 Zoll, zu dem herauszurechnenden Facit, welches das vierte Glied ist.

$$100 : 314 = 50 :$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & \\ \hline 15700 & 157 \end{array}$$

giebt für Kreislinie 157 Zoll oder 13 Fuß 1 Zoll.

Wenn aber die Länge der Kreislinie bekannt ist, z. B. der Umfang eines Baumstammes, und man will daraus seinen Durchmesser finden, so wird die Proportion umgekehrt, indem man sagt, so wie sich 314 zu 100 verhält, eben so verhält sich der Umfang des Baumstammes zu seinen Durchmesser. Der Umfang sey 13 Fuß 1 Zoll oder 157 Zoll, so heißt es:

$$314 : 100 = 157 :$$

$$\begin{array}{r|r|l} & 100 & \\ \hline 314 & 15700 & 50 \\ & 1570 & \\ \hline \end{array}$$

50 Zoll oder 4 Fuß 2 Zoll Durchmesser.

Von der Flächenmessung.

(Planimetria.)

§. 94.

Ein Dreieck zu berechnen. Fig. 48.

Ein Dreieck bestehet entweder, aus drey gleich langen Seiten, oder es sind nur 2 Seiten gleich lang, und die dritte Seite kürzer oder länger, oder alle drey Linien haben eine verschiedene Länge.

Auflösung.

Nehmt die Linie ab zur Grundlinie an, und lasset aus der Spitze eine winkelrechte Linie cd auf die Linie ab fallen. Messet die Linie ab und die Linie cd, und rechnet denn auf eine der drey folgenden Arten, welche alle drey einerley richtiges Produkt geben: Z. B. die Linie ab Fig. 48. sey 3 Fuß 2 Zoll, und die Linie cd 4 Fuß 1 Zoll.

1) Multiplicirt beyde Längen mit einander und dividirt sie mit 2, so findet sich der Quadratinhalt des Dreyecks

4′ — 1″ = cd
3 — 2 = ab

12 — 3
8 — 2

2) 12 — 11 — 2

giebt 6 QF. 5 RF. 7 QZ.

2) Nehmt die ganze Länge der Grundlinie ab, und multiplicirt solche mit der halben Höhe cd.

3′ — 2″ = ab
2 — $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$cd.

6 — 4
1 — 6
1

giebt 6 QF. 5 RF. 7 QZ.

Oder:

3) Multiplicirt die halbe Grundlinie mit der ganzen Höhe:

4′ — 1″ = cd
1 — 7 = $\frac{1}{2}$ab.

4 — 1
28 — 7

sind 6 QF. 5 RF. 7 QZ.

Auf diese drey Arten kann der Flächeninhalt eines jeden Dreiecks ausgerechnet werden.

Die Absicht dieses Werkgens erlaubet nicht, den Beweis beyzufügen, warum jeder Triangel als die Hälfte seines Parallelogramms gerechnet wird.

§. 95.

Ein rechtwinklichtes Viereck Fig. 25 und 26 zu berechnen.

Da die ganze Anweisung von §. 33 bis 53 sich hierauf bezieht: aus der Multiplikation der Länge und Breite eines jeden rechtwinklichten Vierecks in einander, dessen Flächeninhalt zu finden, so ist hierbey weiter nichts zu bemerken.

§. 96.

Ein verschobenes Viereck Fig. 27 und 28. zu berechnen.

Auflösung. Messet die Grundlinie ab, desgleichen auch die winkelrechte Höhe cd, multiplicirt beide ineinander, so findet sich der Flächeninhalt des verschobenen Vierecks. Z. B.

ab sey 6 Fuß 3 Zoll lang
cd — 3 — 5

18 — 9
30 — 15

sind 21 QF. 4 RF. 3 QZ.

§. 97.

Ein irregutaires Viereck Fig. 29. zu berechnen.

Auflösung. Theilet es in zwey Dreyecke durch die Ueberecksl inie ab. Rechnet jedes Dreyeck auf die §. 94 gezeigte Art besonders aus, und addirt sodann beyde Produkte zusammen, die Summe ist der verlangte Flächeninhalt. Z. B.

Die Linie ab sey = 6′ — 5″ lang
die Linie cd = 2 — 2″

12 — 10
12 — 10

2) 12 — 22 — 10

6 QF. 11 RF. 5 QZ. =

den Inhalt des Dreyecks abd.

Die Linie ab ist = 6′ — 5″
die Linie ef = 4 — 6″

24 — 20
36 — 30

2) 28 — 10 — 6

14 QF. 5 RF. 3 QZ. =

dem Inhalte des Dreyecks abf.

Das Dreyeck abd war = 6 QF. 11 RF. 5 QZ.
" " abf ist = 14 — 5 — 3 —
sind = 21 QF. 4 RF. 8 QZ.

= dem Inhalte des ganzen irregulairen Vierecks.

§. 98.

Ein regulaires Vieleck Fig. 30. zu berechnen.

Auflösung. In einem solchen regulairen Vielecke sind alle Dreyecke sich ganz gleich; folglich darf man nur ein Dreyeck berechnen, und dessen Inhalt mit der Anzahl Dreyecken, welche in dem ganzen regulairen Vielecke enthalten sind, multipliciren, um dessen ganzen Flächeninhalt zu finden. Z. B.

Die Linie ab sey	3′ — 4″	
„ „ cd =	3′ — „	
2)	10	
Inhalt eines Dreiecks	5 Q.F.	
8 solche Dreiecke sind darinn	8	
Inhalt des ganzen Vielecks	40 Q.Fuß.	

§. 99.

Ein irregulaires Vieleck Fig. 46. zu berechnen.

Auflösung. Man theile dasselbe in lauter Dreyecke durch Linien von einer Ecke zur andern, berechne jedes Dreyeck für sich, und addire sodann alle Produkte zusammen, so ist die Summe der Flächeninhalt des ganzen irregulairen Vielecks.

§. 100.

Den Flächeninhalt eines Zirkels Fig. 47. auszurechnen.

Erklärung und Auflösung.

Wenn der Durchmesser 7 Theile hat, so hat der Umkreis 22 eben solcher Theile.

Theilet demnach die Zirkellinie in 22 gleiche Theile, so wird daraus ein regulaires

Vieleck welches 22 Seiten hat. Ziehet man nun noch von jeder Ecke eine Linie bis zum Mittelpunkt, so enthält das Vieleck 22 gleiche Dreyecke.

Werden diese 22 Dreyecke neben einander auf eine Linie gestellt Fig. 49. so ist die Linie cd so lang, als die ganze Umkreislinie des Zirkels, und die Höhe derselben ef ist dem halben Durchmesser gleich.

Eines von diesen Dreyecken zu berechnen, darf man nur dessen ganze Grundlinie mit der halben Höhe ef multipliciren.

Ein Zirkel, dessen Durchmesser 50 Zoll war, hatte nach §. 93 eine Umkreislinie von 157 Zoll, und die Grundlinie eines jeden der 22 Dreyecke ist demnach $\frac{157}{22} = 7\frac{3}{22}$ Zoll lang.

Ferner ist jedes Dreyeck nur so hoch als der halbe Durchmesser lang ist, das ist 25 Zoll. Es hat also jedes Dreyeck eine Grundlinie von $7\frac{3}{22}$ Zoll und eine Höhe ef von 25 Zoll, d. i. nach §. 94.

$\frac{1}{2}$ef ist $= 12\frac{1}{2} =$ eg

eine Grundlinie $= 7\frac{3}{22}$

$84 \quad 44$

$3\frac{1}{2} \mid 22$

$1\frac{14}{22} \mid 28$

$\frac{3}{44} \mid 3$

$89\frac{9}{44} \mid \frac{53}{44}$ dem Inhalte eines Dreyecks,

deren sind 22

178

178

$4\frac{1}{2}$

also $1962\frac{1}{2}$ Q.Z. = dem Flächeninhalte sämtlicher Dreyecke oder des ganzen Zirkels.

Anstatt aber, daß der Flächeninhalt eines Dreyecks mit 22 multiplicirt worden, so kann man auch gleich sämmtliche Grundlinien addiren, oder eine derselben mit 22 multipliciren, und dann mit der halben Höhe multipliciren. Dies will eben so viel sagen, als man soll die ganze Linie cd mit der halben Höhe eines Dreyecks multipliciren, um den Flächeninhalt des Zirkels zu erhalten.

Es

Es ist aber die Linie cd die Länge der Kreislinie des Zirkels, und die halbe Höhe eines Dreyecks ist der vierte Theil des Zirkel-Durchmessers. Folglich, multiplicirt man die Länge der Kreislinie mit dem vierten Theil des Durchmessers, so wird man den Flächeninhalt eines jeden Zirkels finden. Z. B.

Im vorigen Exempel wurde ein Zirkel angenommen, dessen Durchmesser 50 Zoll und der Umkreis 157 Zoll enthielt, d. i.

157″ = Umkreis
$12\frac{1}{2}$″ = $\frac{1}{4}$ Durchmesser

314
157
$78\frac{1}{2}$

$1962\frac{1}{2}$ QZ. = dem Flächeninhalt des Zirkels, oder: 13 QF. 7 RF. $6\frac{1}{2}$ QZ.

Oder: 157″ sind = 13′ — 1″
$12\frac{1}{2}$″ = 1 — $\frac{1}{2}$

13 — 1
6 — 6
, — 6

sind auch 13 QF. 7 RF. 6 QZ. 6 RZ.

Da, wie hieraus erhellet, zur Berechnung einer Zirkelfläche sowohl der Durchmesser als der Umkreis bekannt seyn muß, so ist es nöthig, bey jeder vorkommenden Aufgabe wenn eines von beiden unbekannt ist, entweder die Kreislinie, oder den Durchmesser nach §. 93 zuförderst auszurechnen, ehe man zur Berechnung der Fläche selbst schreitet.

§. 101.

Den Flächeninhalt eines Ovals Fig. 33. zu berechnen, und zwar nach möglichster Schärfe, würde hier zu weitläuftig seyn, und eine hinlängliche Kenntniß der Geometrie voraussetzen. Daher wird nur folgende Regel dazu angegeben, welche schon richtig genug ist, um davon im gemeinen Leben einige Anwendung machen zu können.

Man messe den langen Durchmesser ab, desgleichen auch den kleinen cd, addire sie, und dividire die Summe mit 2. Den Quotienten sehe man nun als einen Durchmesser in einem ordentlichen Zirkel an, und berechne diesen Zirkel, solcher giebt den Inhalt des Ovals. Z. B.

ab sey 60″
cd = 40

2) sind 100″

giebt 50″ zum mittlern Durchmesser.

Aus diesen Durchmesser = 50 Zoll suche man dessen Umkreis nach §. 93. solcher ist = 157 Zoll.

Ein Zirkel von 50 Zoll Durchmesser und 157 Zoll Umkreis, hat nach §. 100 eine Fläche von 1962½ QZ., welches hiernach auch für den Flächeninhalt des Ovals angenommen werden kann.

§. 102.

Die bey Anfertigung eines Anschlags zu berechnenden Flächen, werden insgemein nach Quadratruthen bestimmt, und die unter einer Quadratruthe bestehenden Quadratfuße werden in Theilen einer Quadratruthe ausgedruckt. Z. B. 6 QR. 72 QF. schreibt man 6½ QR. weil 1 QR. 144 QF. enthält, folglich 72 QF. = ½ QR. ausmachen.

Dergleichen Flächen welche beym Bauen vorkommen, sind nun: der Putz an Decken

und Wänden, Feldstein⸗ Mauerstein⸗ und Fliesenpflaster, gedielte Fußböden ꝛc.

a) Es sey z. B. ein Zimmer 30 Fuß lang, 18 Fuß breit und 18 Fuß hoch, man will zuerst wissen wie viel Deckenputz dasselbe erfordere?

Es ist 30′ lang
18 breit
sind 540 Q.F. oder $\frac{540}{144} = 3\frac{108}{144}$ Q.R. das ist $3\frac{3}{4}$ Q.R. Deckenputz.

b) Ferner wird gefragt: wie viel Wändeputz in demselben befindlich sey?

Es ist 30′ lang und 18′ breit, folglich sind 2 Wände à 30′ = 60
und 2 dito à 18 = 36
sind = 96′ Umfassungswände, und diese sind 13′ hoch
288
96
giebt = 1248 Q.F. oder $\frac{1248}{144} = 8\frac{96}{144}$ Q.R. das ist $8\frac{2}{3}$ Q.R. Wändeputz.

c) Soll dieses Zimmer mit Mauersteinen gepflastert werden, so ist das erste, daß man den Quadratinhalt des Fuß⸗

bodens ausrechnet, dieser beträgt eben so viel, wie die Decke, nemlich $3\frac{3}{4}$ QR.

Um aber die Anzahl Mauersteine auszurechnen, welche dazu erforderlich sind, so muß man zuerst wissen, wie viele derselben auf eine QR. gehören.

Ein Stein sey z. B., wenn derselbe auf die Flächenseite gelegt werden soll

10″ lang
$4\frac{3}{4}$″ breit

40
$7\frac{1}{2}$ so beträgt die Fläche die ein Stein bedeckt $47\frac{1}{2}$ QZ.

Ein QF. enthält 144 QZ. Eine QR. hat 144 QF. folglich hat eine QR. 144 mal 144 QZ.

oder 144
144

576
576
144

das sind = 20736 QZ.

Dividirt man mit der Fläche eines Steins = $47\frac{1}{2}$ QZ. in diese 20736 QZ., so findet

sich die Anzahl Steine, welche zu 1 QR. erforderlich sind, nemlich

$$\frac{20736}{47\frac{1}{2}} \text{ oder } \frac{47\frac{1}{2} \text{ in } 20736}{\begin{array}{ll} 95 & \;\; 41472 \end{array}}\!\!\!\!^{\,2} \text{ giebt } \frac{41472}{95}$$

$= 436\frac{52}{95}$ Steine, oder besser 437 Steine auf 1 QR.

Es sind demnach auf $3\frac{3}{4}$ QR. Pflaster an Steine erforderlich

$$\begin{array}{r} 437 \\ 3\frac{3}{4} \\ \hline 1638\frac{3}{4} \end{array}$$ oder 1639 Stück Mauersteine.

Auf eben diese Art kann man auch die Anzahl Fliesen und dergleichen Materialien auf 1 QR. berechnen.

d) Soll der Fußboden mit Brettern belegt oder gedielt werden, so muß man zuerst wissen, wie viel QF. mit einem Brette belegt werden können.

Ein gewöhnliches Brett soll 24′ lang und wenigstens 12 bis 14″ breit seyn. Die Sägeblöcke woraus die Bretter geschnitten werden, sind aber auch nur 24′ lang, folglich haben die Bretter an dem einen Ende ein sogenann-

tes Kammende, welches nicht mit durchgeschnitten sondern nur durchgeklöbet ist. Wegen dergleichen Kammenden sowohl, als auch weil durch das Spunden der Bretter zu einem Fußboden ihre Breite sehr geschmälert wird, so ist gewöhnlich solches in diesem Falle zu 22 Fuß Länge und 11″ Breite, folglich zu 20 QF. anzunehmen.

Zu einer QR. welche 144 QF. enthält, gehören also $\frac{144}{20} = 7\frac{1}{5}$ Brett, gewöhnlich nimmt man aber 8 Brett auf 1 QR. an.

Die $3\frac{3}{4}$ QR. erfordern demnach $3\frac{3}{4} \times 7 = 26\frac{1}{4}$ Brett. Auf diese Art die Fußbodenbretter zu berechnen, ist jedoch nur bey großen Bauten anwendbar. Wenn man aber annimmt, daß nur 1 Zimmer von 30′ Länge und 18′ Breite gedielt werden soll, so müssen die Bretter entweder 30 Fuß oder 18 Fuß lang seyn. Wenn aber ein gewöhnliches Brett nur 22 Fuß lang gebraucht werden kann, so würden in der Breite des Zimmers von 18 Fuß, von jedem Brette 4 Fuß abfallen, und in der Länge des Zimmers von 30 Fuß, 33 Brettbreiten erforderlich seyn; folglich wären

eigentlich nicht $26\frac{1}{4}$ Brett à 22 Fuß lang, sondern 33 Bretter à 18 Fuß lang nöthig. Bey großen Bauten überträgt aber der Bedarf des einen, dem Bedarf des andern, und nur in sofern ist obige Rechnung gebräuchlich.

Von der Körpermessung.

(Stereometria.)

§. 103.

Den Cubicinhalt eines **Würfels** oder eines ähnlichen rechtwinklichten Körpers z. B. einer Mauer zu berechnen, geschiehet wie bereits in der Cubicrechnung gezeiget worden; es wird nemlich die Länge, Breite und Höhe mit einander multiplicirt, um den Cubicinhalt zu finden.

§. 104.

Ein **Prisma** zu berechnen. Fig. 36.

Wenn nach §. 92 in einem Prisma die obern und untern Flächen regulaire Vielecke, und sich gleich sind, so wird eine solche Fläche mit der Höhe ab des Prismatis multiplicirt, um dessen Cubicinhalt zu finden.

Z. B. in §. 98 war der Quadratinhalt der Grundfläche = 40 Quadratfuß. Ist nun die Höhe ab = 8 Fuß, so ist der ganze Cubicinhalt des Prismatis = 320 CF.

§. 105.

Ein Zilinder Fig. 37. wird auf eben die Art wie ein Prisma berechnet. Es wird nemlich die Zirkelförmige Grundfläche mit der Höhe ab multiplicirt, so ergiebt sich der Cubicinhalt.

Soll aber der Cubicinhalt eines Baumstammes gefunden werden, dessen oberer Durchmesser gewöhnlich etwas kleiner als der untere ist, so wird sowohl die obere als die untere Durchschnittsfläche nach §. 100., jede besonders berechnet, beyde Flächen zusammenaddirt, und die Summe mit 2 dividirt, so erhält man die mittlere Durchschnittsfläche.

Wird selbige mit der Länge des Stammes multiplicirt, so findet sich der Cubicinhalt des ganzen Baumstammes. Z. B. die obere Durchschnittsfläche sey $1\frac{1}{2}$ Quadratfuß, die untern 2 Quadratfuß, und die Länge des Stammes 24 Fuß, so ist:

$1\frac{1}{2}$ Quadratfuß
2 dito
$3\frac{1}{2}$

2) $1\frac{3}{4}$ Quadratfuß die mittlere Durchschnittsfläche.

24 Fuß lang
24
18

so ist = 42 Cubicfuß der verlangte Cubic-Inhalt.

Anmerk. Es ist diese Anweisung zur Berechnung eines Baumstammes allerdings nicht die schärfste, allein für die Absicht dieses Werks die passendste.

§. 106.

Den Cubicinhalt einer **Pyramide** zu berechnen. Fig. 38.

Die Grundfläche sey ein Quadrat, ein regulaires, oder irregulaires Vieleck, so wird selbige zuerst auf vorhergezeigte Art berechnet, und deren Quadratinhalt sodann mit dem dritten Theile der lothrechten Höhe ab multiplicirt, so ergiebt sich der verlangte Cubicinhalt. Z. B. die Grundfläche sey 3 Qua-

dratfuß und die lothrechte Höhe der Pyramide 6 Fuß, so ist:

3 QF.
mit 2 Fuß als den 3ten Theil von 6′ ×
6 CF. = den verlangten Cubicinhalt.

Auf eben diese Art wird ein Kegel Fig. 39. berechnet.

Anmerk. Mit besonderer Rücksicht auf den Zweck dieses Werks, sind die Beweise dieser Ausrechnung absichtlich weggelassen.

§. 107.

Der körperliche Inhalt einer Kugel Fig. 40. wird berechnet, wenn ihre größeste Durchschnittsfläche mit $\frac{2}{3}$ Theilen ihres größesten Durchmessers multiplicirt wird. Z. B. der größeste Durchmesser ab sey nach §. 93. = 4 Fuß 2 Zoll und mithin ihre größeste Durchschnittsfläche nach §. 100 = 13 QF. 7 RF. 6 QZ. 6 RZ. groß gefunden.

Nun ist 13 QF. 7 RF. 6 QZ. 6 RZ.
mit 2′ — 9″ — 4‴ als zwei Dritttheil der 4′ 2″ ×
26 — 14 — 12 — 12
117 — 63 — 54 — 54
52 — 28 — 24 — 24
37 CF. 10 SF. 3 BF. 4 CZ. 8 SZ. der körperliche Inhalt der Kugel.

§. 108.

Den körperlichen Inhalt eines irregulairen Feldsteins Fig. 41. zu berechnen.

Man lege den Stein in einen wasserdichten Kasten, welcher so groß ist, daß er noch etwas über die Höhe des Steins hervorragt; diesen Kasten worinn der Stein liegt fülle man mit Wasser, und zwar, daß das Wasser etwas über den Stein übersteht, und merke in den Kasten wie hoch das Wasser darinn steht. Wird sodann der Stein aus dem Kasten genommen, und darinn bemerkt, um wie viel das Wasser darinn gefallen, so darf nur der Cubikraum um welchen das Wasser gefallen, ausgerechnet werden, um den Cubikinhalt des Feldsteins zu finden.

Z. B. Der Kasten sey innerhalb 4 Fuß lang, 3 Fuß breit, und während der Stein darinn gelegen, sey das Wasser im Kasten 2 Fuß 9 Zoll gestanden; da aber der Stein herausgenommen worden, stehe das Wasser 1 Fuß 2 Zoll hoch, so ist:

2 F. 9 Z.
1 — 2 —

1 Fuß 7 Zoll der Unterschied.

Der Kasten ist 4′ lang
und 3′ breit
sind 12 Quadratfuß
diese mit 1 — 7 multiplicirt
giebt 19 Cubikfuß für den körperlichen Inhalt des Feldsteins.

Anmerk. Obgleich diese Berechnungsart ebenfalls nicht die genaueste ist, so durfte selbige jedoch hier die angemessenste seyn.

§. 109.

Die erforderlichen Mauersteine und Kalk, zu einer Schachtruthe Mauer zu berechnen.

Zuförderst muß die Größe der Mauersteine festgesetzt seyn, diese sey $10\frac{1}{2}$ Zoll lang, 5 Zoll breit und $2\frac{1}{2}$ Zoll dick. Werden hierauf wie in Fig. 50. 4 solche Steine im Verbande mit $\frac{1}{2}$ Zoll starken Fugen zu einer 1 Stein starken Mauer verlegt und noch eine Fuge a zur Seite wegen der Fortsetzung mehr angenommen, so beträgt die Länge ab = 22 Zoll und die Breite bc = $10\frac{1}{2}$ Zoll. Desgleichen ae = 22 Zoll und de = $10\frac{1}{2}$ Zoll. Werden hiernächst einige solche Schichten

z. B. 4 dergleichen mit $\frac{1}{4}$ Zoll starken Fugen übereinander, und ebenfalls 1 Fuge mehr, wegen des Verfolgs, angenommen, so betragen selbige 11 Zoll Höhe, und in diesen 4 Schichten sind 16 Mauersteine begriffen.

Es ist also zuförderst ein Körper zu berechnen, welcher 16 Mauersteine enthält, und dieser ist

$$
\begin{array}{rl}
 & 22 \text{ Zoll lang} \\
 & \underline{10\frac{1}{2} \text{ Zoll breit}} \\
 & 220 \\
 & \underline{11} \\
 & 231 \\
\text{und} & \underline{11 \text{ Zoll hoch}} \\
 & 231 \\
 & \underline{231} \\
 & 2541 \text{ CZ.} = \text{Inhalt.}
\end{array}
$$

Nunmehro läßt sich schließen: 2541 Cubiczoll enthalten 16 Steine, wie viel Steine werden in 1 Schachtruthe, oder in 144 CF. oder in 248832 Cubikzoll (ein CF. enthält nemlich 1728 CZ. s. §. 21) enthalten seyn?

2541 : 16 = 248832
16
———
1492992
248832
———

2541	3981312 2541	1566 Mauersteine sind demnach zu einer Schachtruthe Mauer erforderlich.

14403
12705
———
16981
15246
———
17352
15246
———
2106

Anmerk. Gewöhnlich werden nicht soviel, sondern höchstens nur 1500 solche Steine zu einer Schachtruthe geliefert, und sind gemeinhin auch hinlänglich, weil die Maurer nur selten die horizontalen Fugen ¼ Zoll stark machen.

Soll nun die Quantität Kalkmörtel, welche zu einer Schachtruthe erforderlich ist, ausgerechnet werden, so geschieht dies folgendermaaßen:

Nach obigen ist ein Mauerstein $10\frac{1}{2}''$ lang
$5''$ breit

50
$2\frac{1}{2}$

$52\frac{1}{2}$
und $2\frac{1}{4}$ Zoll dick

104
1
$13\frac{1}{8}$

sind $118\frac{1}{8}$ CZ.

Hiervon sind zu einer Schachtruthe 1566 Stück erforderlich

1566
$118\frac{1}{8}$

12528
1566
1566
$195\frac{3}{4}$

und diese betrugen zusammen $184983\frac{3}{4}$ CZ. Wenn selbige aber von einer Schachtruthe oder von 248832 CZ. abgezogen werden,
$184983\frac{3}{4}$

so bleiben = $63848\frac{1}{4}$ Cubiczoll, oder beynahe 37 Cubicfuß Kalkmörtel.

Diese

Diese 37 Cubicfuß sind jedoch nur erst der Kalkmörtel, welcher gewöhnlich aus 3 Theilen Sand und 1 Theil Kalk vermischt ist. Um hieraus die eigentliche Quantität gelöschten Kalk zu finden, ist folgendes zu bemerken nöthig.

In des Herrn Geh. Ober-Bau-Rath Gillys Handbuch der Landbaukunst 1sten Theils pag. 120 wird eines mit der Erfahrung sehr übereinstimmenden Satzes erwähnt, daß nemlich angestellte Versuche gezeiget haben, daß 1 Cubicfuß Steinkalk mit 3 Cubicfuß Sand tüchtig vermischt, dennoch nur 3 Cubicfuß Mörtel geben.

Hieraus folgt, daß zu obigen 37 Cubicfußen Mörtel $12\frac{1}{3}$ Cubicfuß gelöschten Kalk, und 37 Cubicfuß Mauersand erforderlich sind.

Wenn aber nach hiesigem Kalkmaaß 15 Cubicfuß gelöschten Kalk, 1 Wispel oder 10 Cubicfuß ungelöschten Kalk geben, so würde nach obiger Rechnung etwas über $\frac{4}{5}$ Wispel Kalk zu einer Schachtruthe solcher Mauer erforderlich seyn.

§. 110.

Den Inhalt eines Banquets Fig. 51. und einer darauf stehenden winkelrechten Mauer auszurechnen.

1) Es sey das Banquet 36′ lang
5′ breit
multiplicirt giebt 180
3′ hoch
Inhalt des Banquets 540 CF.

2) Die darauf stehende Mauer ist 35′ lang
4′ breit
140
6′ hoch
Inhalt der Mauer = 840 CF.

Das Banquet enthielt 540 CF.
die Mauer 840 —
Summa 1380 CF.

Dieses mit dem Inhalte einer Schachtruthe oder mit 144 CF. dividirt, giebt 9 Schachtruthen und 114 CF. (das ist etwas mehr als 9¾ Schachtruthen.)

§. 111.

Wenn aber ein Fundament oder sonst eine Mauer nach schrägen Linien aufgeführt

werden soll als Fig. 52. so wird ebenfalls die Länge mit der Breite, und was herauskommt, mit der Höhe multiplicirt. Es ist aber hiebey zu merken, daß weder mit der untern Breite noch mit der obern Breite multiplicirt werden muß, denn ersteres würde offenbar zu viel und letzteres zu wenig Inhalt geben.

Es müssen also erst beide Breiten ab und cd addirt und dann die Summe halbirt oder mit 2 dividirt werden, wodurch man die mittlere Breite ef bekommt.

Z. B. die Mauer wäre unten 6 Fuß und oben 4 Fuß, so ist, wenn man zu

6 als die obere Breite, die
4 als die untere Breite addirt,
die Summe 10 Fuß.

Diese halbirt giebt 5 Fuß für die mittlere Breite ef.

Ist nun die Mauer 21′ lang
die mittlere Breite 5′
so bekommt man durchs multipl. 105
diese wieder durch die lothrechte
Höhe de multiplicirt, welche
wir zu . . . . 8′ annehmen
so enthält die Mauer 840 Cubicfuß,

oder 5 Schachtruthen 120 Cubicfuß, oder $5\frac{5}{6}$ Schachtruthen.

§. 112.

Wenn ein Pfeiler Fig. 53. so beschaffen ist, daß seine Oberfläche kleiner als seine Grundfläche ist, und man will dessen Inhalt ausrechnen, so muß man erst die Grundfläche allein berechnen, dann die Oberfläche ebenfalls, beide addiren, davon die Hälfte nehmen, und dieses (als die Mittelfläche) mit der lothrechten Höhe multipliciren.

Es sey z. B. der Pfeiler Fig. 53 unten

5′ lang
4′ breit

multiplicirt giebt 20 QF. als den Inhalt der Unterfläche.

Die Oberfläche sey 4′ lang
3′ breit

multiplicirt giebt 12 QF. für die Oberfläche. Die Unterfläche hatte 20 QF.
die Oberfläche 12 —
32
halbirt giebt 16 QF. für die mittlere Fläche.

Diese mit der Höhe des Pfeilers, so wir zu , 6' annehmen, multiplicirt,

glebt 96 Cubicfuß für den Inhalt des Pfeilers.

Hierbey ist ebenfalls nicht die genaueste Schärfe beobachtet worden; es kann aber dies auch aus mehrerwähnten Ursachen und ohne die Geometrie nicht anders seyn.

§. 113.

Den Inhalt eines im halben Zirkel, über eine Brückenöffnung aufgeführten Tonnen-Gewölbes Fig. 54. auszurechnen.

Der Durchmesser mit Inbegriff der Dicke des Gewölbes, oder der größere Durchmesser ab sey 24, und der innere Durchmesser cd 18 Fuß; so muß man erstlich den Flächeninhalt des ganzen Zirkels a m o b s r suchen, und zwar findet man den Inhalt dieses Zirkels, nach §. 93 und 100.

100 geben 314, was giebt ein Durchmesser von 24' für einen Umkreis?

$$\begin{array}{r} 314 \\ \hline 96 \\ 24 \\ 72 \\ \hline 100 \,|\, 7536 \,|\, 75\tfrac{9}{25} \end{array} = \text{den Umkreis.}$$

$75\frac{1}{3}'$ der Umkreis
multipl. mit 6 der vierte Theil des Durchmessers.

450

2

452 QF., Inhalt des großen oder des äußern Zirkels.

Ferner, um den Inhalt des innern oder des kleinen Zirkels zu finden.

100 : 314 = 18′ der kleine Durchmesser

18

2512

314

100 | 5652 | $56\frac{1}{2}$ F. der kleine Umkreis.

$56\frac{1}{2}$ der Umkreis
multipl. mit $4\frac{1}{2}$ des Durchmessers 4ter Theil

224

2

$28\frac{1}{4}$

$254\frac{1}{4}$ QF. Inhalt des kleinen Zirkels.

Der große Zirkel enthielt 452 QF.
der kleinere $254\frac{1}{4}$
abgezogen, bleiben $198\frac{3}{4}$ QF. für das Stück zwischen beide Zirkel.

Weil aber bey einem Gewölbe, nicht der ganze Zirkel sondern nur die Hälfte dieses Zwischenraumes, zwischen beiden Zirkeln oder die Stirne des Gewölbes in Betrachtung kommt, so muß auch von obiger Zahl nur die Hälfte genommen werden.

Also ist , , $99\frac{3}{8}$ QF. der Inhalt der Stirne des Gewölbes.

Diese mit der Länge des Gewölbes multiplicirt, angenommen daß sie , , 32 Fuß betrüge

198

297

12

Inhalt des Gewölbes 3180 Cubicfuß oder 22 Schachtruthen 12 Cubicfuß.

Anmerk. Dieser Bogen war 3′ dick angenommen. Bey schwächern Bögen als über die Keller, welche nur $\frac{1}{2}$ bis 1′ dick sind, wird die Bezahlung des Arbeitslohns nach dem Flächeninhalte des Raums den das Gewölbe bedeckt, gerechnet, weshalb auch gemeiniglich in den Anschlägen steht, so und so viele QR. in plano gemessen, zu überwölben. Dieser Ausdruck will sagen, daß nicht nach der Rundung des Gewölbes, sondern nur nach der Länge und Breite des

zu überwölbenden Raums gerechnet worden. Z. B. ein Keller wäre 60′ lang und 24′′ breit, so betrüge dessen gerade Grundfläche 10 QR., und so viele QR. werden auch nur zu überwölben angesetzt. Da es auch zu weitläuftig seyn würde, den Cubicinhalt der Kellergewölbe nach obiger Art auszurechnen, so nimmt man aus der Erfahrung einen Satz an, wie viele Steine auf eine QR. in plano gemessen, gehören.

Die Kellergewölbe sind gemeiniglich nur ½ Stein dick, haben jedoch Gurte, auch nimmt man zu den Gewölben eine kleine Steinform. Man kann also auf eine QR. Kappengewölbe 1000 Stück, bey Kreuzgewölben aber wegen des mehreren Verhauens der Steine auf eine QR. 1200 Steine rechnen.

Um die erforderliche Anzahl Mauersteine zu diesem Gewölbe zu berechnen, würde man unrichtig verfahren, wenn selbige nach dem Cubicinhalte so wie zu einer geraden Mauer bestimmt würden, denn hiernach würden zu 22 SR. 12 Cubicfuß nach §. 109 erfordert werden, 34539 Stück à SR. 1566 Stück gerechnet.

Wenn man aber annimmt, daß Fig. 54. alle Fugen nach dem Mittelpunkte laufen oder

hinweisen müssen, so ergiebt sich, daß nur im äußern Zirkel a m o b die vollen Steindicken vorhanden seyn können, im innern Zirkel c u v d aber schwächere Steindicken seyn müssen, weil alle Steine zu einem solchen Gewölbe eigentlich keilförmig gehauen seyn sollten.

Wenn nun nach pag. 133 der äußere ganze Umkreis dieses Zirkels $75\frac{1}{3}$ Fuß, also der äußere halbe Zirkel des Gewölbes $37\frac{2}{3}$ Fuß enthält, so sind darinn folgende Steindicken vorhanden;

$37\frac{2}{3}$ Fuß
12
———
74
378
———
sind 452 Zoll.
4
———
oder 1808 Viertel Zolle.

Eine Steindicke war nach §. 109 = $2\frac{1}{2}$ Zoll und hierzu $\frac{1}{4}$ Zoll Fuge, sind $2\frac{3}{4}$ Zoll oder 11 Viertel Zoll.

Wird demnach 1808 dividirt mit 11) 11 | giebt 165 Steindicken im Umkreis des Gewölbes.
70
66
——
48
55

Ferner ist das Gewölbe 3 Fuß stark, und jeder Stein $10\frac{1}{2}$ Zoll lang; mithin sind in der Stärke des Gewölbes $3\frac{1}{2}$ Steinlängen enthalten.

Desgleichen soll das Gewölbe 32 Fuß lang seyn, und jeder Stein ist breit 5 Zoll.

32 Fuß
12

64
32
---
sind 384 Zoll
2
---
oder 768 halbe Zoll.

Ein Stein ist 5 Zoll breit, und die Fuge nach der Länge kann $\frac{1}{2}$ Zoll stark seyn, folglich $5\frac{1}{2}$ Zoll, oder 11 halbe Zolle.

d. i. 768 | $69\frac{9}{11}$ oder 70 Steinbreiten für die Länge des Gewölbes.
divid. mit 11) 66

108
99

9

Nunmehro kann gesetzt werden:
das Gewölbe ist 165 Steindicken im Umkreise,
und = $3\frac{1}{2}$ Steinlängen dick

495
$82\frac{1}{2}$

$577\frac{1}{2}$
und = 70 Steinbreiten lang

40390
35

Es sind also 40425 Mauersteine ohne die welche beym Mauern zerbrechen, zu dem Gewölbe selbst erforderlich.

Nach der ersten Berechnung nach dem Cubicinhalte des Gewölbes sollten erforderlich seyn , , , , , 34539 Stück.
Es sind aber, wenn man auf die Construktion gehörige Rücksicht nimmt, erforderlich , 40425 Stück.
Mithin würden auf der ersten Art zu wenig gerechnet seyn = 5886 Mauersteine.

Die erforderlichen Mauersteine zur Hintermauerung des Gewölbes könnten aber wieder nach Schachtruthen berechnet werden, weil selbige nicht mit dem Gewölbe in Verbin-

dung stehen und nicht keilförmig verhauen werden dürfen, vielmehr alle Stücken dazu verwendet werden können.

§. 114.

Den Inhalt eines **Grabens** auszurechnen, Fig. 55.

Es sey die obere Breite ab = 16′
die untere Breite cd = 8
addirt 24
Davon die Hälfte, oder mit 2 dividirt, giebt . . . 12 als die mittlere Breite gh.
Diese mit der Tiefe ef multiplicirt, so wir 4′ annehmen 4
giebt 48 QF. für die Durchschnittsfläche acdb des Grabens.
Diese Durchschnittsfläche multiplicirt mit der Länge des Grabens, so angenommen wird 192
96
432
48
sind 9216
diese dividirt durch 144)
weil 1 SR. 144 CF. hat = 63 Schachtruthen 116 CF. oder beynahe $63\frac{3}{4}$ Schachtruthen.

Wenn die Länge eines Grabens ansehnlich ist, oder eine große Anzahl Fuße enthält, mithin ein weitläuftiges Multipliciren und Dividiren erfordert, so darf man nur ausrechnen, wie viel eine Ruthe lang von dem Graben, enthält.

Z. E. die obere Breite ist 16′
die untere Breite 8
24
dividirt mit 2) 12 die mittlere Breite; multiplicirt mit der Tiefe des Grabens : : 4
giebt 48 QF. für die Durchschnittsfläche.

Anstatt nun diese 48 QF. mit der ganzen Länge des Grabens zu multipliciren, welche, wenn wir sie zu 124 Ruthen annehmen, 1488′ betragen würden, so darf man es nur mit 12′ als die Länge einer Ruthe multipliciren : : : : 12
96
48
giebt 576 Cubicfuß oder 4 Schachtruthen welche dieser Graben

auf eine Ruthe lang, oder auf eine laufende Ruthe enthält.

Nun sey der Graben . 124 Ruthen lang und eine laufende Ruthe enthält 4 Schachtruth. mithin hat der ganze Graben 496 SR., oder, wenn derselbe angefertigt werden soll, so müssen so viele Schachtruthen Erde ausgegraben werden.

§. 115.

Den Inhalt eines auszugrabenden Teichs Fig. 56. auszurechnen, wenn die Oberfläche des Erdreichs ungleich ist, so daß an einigen Orten tiefer als an den andern auszugraben und auszukarren ist, damit der Teich eine wagerechte Grundfläche erhalte.

Man muß, nachdem die Länge und Breite des Teichs bestimmt worden, verschiedene Stellen bemerken, wo das Erdreich am höchsten, und wo es am niedrigsten ist; an diesen Stellen müssen die Teichgräber Kegel von Erde stehen lassen, wie Fig. 56. vorgestellet ist. Diese werden nun, wenn die Grundfläche des Teichs nach der Waage ausgegraben und geebnet ist, verschiedene Höhen

haben. Gesetzt man hätte 8 Kegel stehen lassen, wovon der

1) — 3′ hoch.
2) — 5.
3) — 6.
4) — 1.
5) — 4.
6) — 3.
7) — 8.
8) — 2.

32. so werden solche addirt, und mit der Anzahl derselben also mit 8 dividirt, giebt 4 Fuß, für die mittlere Durchschnittstiefe des Teichs.

Betrüge nun die Länge des Teichs 80′
und die Breite desselben , , 40
so erhält man durch die Multiplicat. 3200 QF. für die Fläche des Teichs, diese mit der Tiefe 4 Fuß multiplicirt, beträgt 12800 CF., diese (mit 144 dividirt) giebt 88 und beynahe $\frac{3}{4}$ Schachtruthen, welche ausgegraben werden müssen.

Von Reducirung der Quadrat- und Cubicrechnung.

§. 116.

Unter Reducirung der vorangewiesenen Quadrat und Cubicrechnung könnte wohl am natürlichsten die Ausziehung der Quadrat und Cubicwurzel oder anderer durch die Analisis aufzulösende Aufgaben gedacht werden. Allein, dies würde wohl die Absicht dieses Werks übersteigen. Ich verstehe daher hierunter nur folgendes:

So wie zu Berechnung einer rechtwinklichten Fläche, deren Länge und Breite gegeben seyn muß, mithin also aus zwey bekannten Sätzen, der dritte gefunden wird, eben so kann auch

a) aus dem gegebenen Quadratinhalte und der Länge der Fläche, die Breite, so wie auch

b) aus dem gegebenen Quadratinhalte, und der Breite der Fläche, die Länge derselben gefunden werden.

Ferner sind um den körperlichen Inhalt eines rechtwinklichten (oder parallelopipidalischen)

Kör-

Körpers zu finden, drey bekannte Sätze zu wissen nothwendig, nemlich, die Länge, Breite und Höhe des Körpers; eben so kann daher auch

a) aus dem gegebenen körperlichen Inhalte nebst der gegebenen Länge und Breite dessen Höhe; desgleichen

b) aus dem gegebenen körperlichen Inhalte, nebst der gegebenen Breite und Höhe, dessen Länge; und endlich

c) aus dem gegebenen körperlichen Inhalte, nebst der gegebenen Länge und Höhe, dessen Breite gefunden werden.

Anmerk. Dergleichen Reduktionen können zwar nur bey regulairen vierseitigen Flächen und parallelopipidalischen Körpern, so wie auch auf Triangeln und Zirkeln angewendet werden; keinesweges aber auf irregulaire Figuren.

§. 117.

Z. E. Eine rechtwinklichte Fläche ist 3′ 6″ lang, 2′ 4″ breit, enthält also $8\frac{1}{6}$ Q.F. Wenn daher gefragt wird: Eine Fläche sey $8\frac{1}{6}$ Q.F. und soll 2′ 4″ breit seyn, wie lang muß selbige werden?

Auflösung. Man mache, weil Zolle gegeben sind, $8\frac{1}{8}$ QF. zu lauter QZ., dividire darin mit der gegebenen Breite, ebenfalls in Zollen, also mit 28 Zoll, so findet sich die Länge.

Nemlich:

```
                 8⅛ QF.
                 144
                 ----
                 1152
                   24
          ------------
sind 28 | 1176 | 42 Zoll oder 3 Fuß 6 Zoll
        | 112  |   für die Länge.
          -----
           56
           56
```

Desgleichen wenn $8\frac{1}{8}$ QF. Inhalt und 3′ 6″ Länge gegeben sind, so findet sich die Breite

$8\frac{1}{8}$ QF. sind 1176 QZ.

```
dividirt mit 3′ 6′ oder 42″ |  84  | 28″ oder 2′ 4″
                            | ---- |
                            |  336 | für die Breite.
                               336
```

§. 118.

Wenn von einen Triangel der Quadratinhalt nebst dessen Grundlinie gegeben ist, so wird der Perpendikul folgendermaaßen gefunden. Z. B. die Grundlinie eines Trian-

gels sey 6′ 3″ und dessen Perpendikul 4′ 8″ so ist der Quadratinhalt nach der Regel §. 94. $14\frac{7}{12}$ QF. Ist nun der Quadratinhalt $= 14\frac{7}{12}$ QF. und die Grundlinie $= 6' - 3''$ gegeben, so sind

$14\frac{7}{12}$ QF. = 2100 QZ.

diese dividirt mit 6′ 3″
oder 75″ | 150 | giebt 28 Zoll für den halben Perpendikul.
600
600

hiezu 28
sind = 56 Zoll oder 4′ 8″ für den ganzen Perpendiknl.

Wäre aber der Quadratinhalt = 2100 QZ. und der ganze Perpendikul = 4′ 8″ oder 56″ gegeben, so findet sich die Grundlinie ebenfalls folgendermaßen:

56 | 2100 | $37\frac{28}{56}$ oder $37\frac{1}{2}$ Zoll = die halbe Grundlinie.
168
420
392
28

hiezu $37\frac{1}{2}$
sind = 75 Zoll oder 6 Fuß 3 Zoll für die ganze Grundlinie.

Anmerk. Der bey der Division entstehende Quotient, z. B. $37\frac{1}{2}$ wird deshalb doppelt genommen, weil, wie §. 94 gezeigt worden,

bey Berechnung des Quadratinhalts, wenn der ganze Perpendikul und die ganze Grundlinie mit einander multiplicirt werden, das Produkt halbirt wird.

§. 119.

Wenn von einer Zirkelfläche der Quadratinhalt, und der ganze Durchmesser gegeben ist, so läßt sich der Umkreis, oder wenn der Quadratinhalt und der Umkreis gegeben ist, so läßt sich der Durchmesser folgendermaßen finden:

1) Es sey der Flächeninhalt = 2500 QZ. und der Durchmesser = 50″ gegeben, so wird

2500
dividirt mit 50 | 250 | 50 = der 4te Theil des Umkreises, mit
4 multiplicirt
= 200 Zoll = dem ganzen Umkreise.

Wenn ferner der Flächeninhalt des Zirkels 2500 und der ganze Umkreis = 200 Zoll gegeben sind, so wird

dividirt mit 200 | 2500 | $12\frac{100}{200}$ oder $12\frac{1}{2}$ Zoll
200 = den 4ten Theil des
500 Durchmessers.
400
100

Anmerk. Hier ist wiederum der Quotient mit 4 multiplicirt worden, um den ganzen Durchmesser, oder ganzen Umkreis zu finden, weil nach §. 100. der ganze Umkreis mit dem 4ten Theile des Durchmessers multiplicirt worden, um den Flächeninhalt zu erhalten.

§. 120.

Wenn ein (parallelopipedalischer) Körper 6 Fuß 4 Zoll lang, 3 Fuß 6 Zoll breit und 2 Fuß 6 Zoll hoch ist, so enthält derselbe = $55\frac{5}{12}$ CF. Wenn nun der Cubicinhalt = $55\frac{5}{12}$ CF., die Breite = 3 Fuß 6 Zoll und die Höhe = 2 Fuß 6 Zoll gegeben ist, so wird die Länge folgendermaaßen gefunden:

3′ — 6″ Breite
2 — 6 Höhe
6 — 3
1
1 — 6
8 — 9 = $8\frac{3}{4}$ QF. oder 1260 QZ.

$55\frac{5}{12}$ CF. sind = 95760 CZ.
hierin divid. mit 1260 | 8820 | giebt 76 Zoll oder 6 F. 4 Z. für die Länge d. Körpers.
7560
7560

Ferner sey der Cubicinhalt = 95760 CZ. die Länge = 6 F. 4 Z. und die Höhe = 2′ 6″ gegeben, so findet sich die Breite:

```
 6′ — 4″
 2  — 6
 ———————
12  — 8
 3    2
 ———————
15  — 10  =  15⅚ Q.F. oder
```

2280 QZ.

```
Es giebt nun 95760
dividirt mit 2280|9120 |42 Zoll oder 3 F. 6 Z.
             ———————————   für die Breite des
                 4560      Körpers.
                 4560
```

Desgleichen kann 95760 Cubiczoll Inhalt, die Länge = 6′ 4″ und die Breite = 3′ 6″ gegeben seyn, so wird die Höhe gefunden

```
 6′ — 4″
 3    6
 ———————
18
 1
 3  — 2
 ———————
22  — 2  =  22⅙ Q.F. oder
```

3192 QZ.

Wird nun 95760
dividirt mit 3192 | 9576 | so wird 30 Zoll oder
——— 2′ 6″ für die Höhe
0 gefunden.

§. 121.

Es sollen 48 SR. Steine an einen bestimmten Ort jedoch dergestalt aufgesetzt werden, daß selbige nicht höher als 6 Fuß, und nicht breiter als 18 Fuß liegen. Wie lang wird also der erforderliche Raum dazu seyn müssen?

48 SR.
144
———
192
192
48
———
sind = 6912 Cubicfuß.
dividirt mit 6 | 6 | giebt 1152 QF. Grundfläche.
———
9
6
———
31
30
———
12
12

dividirt mit 18 | 1152 | sind 64 Fuß Länge.

	1152
	108
	72
	72

Der Steinhaufen wird also 64 Fuß lang, 18 Fuß breit und 6 Fuß hoch werden.

§. 122.

Wenn 464 Scheffel Getraide auf einen freyen Boden, und zwar auf allen 4 Seiten mit zwey Fuß Doßirung 2 Fuß hoch geschüttet werden sollen. Wie groß wird der erforderliche Bodenraum seyn müssen?

Nach des Herrn Geh. Ober-Bau-Rath Eytelwein's vorgedachter Schrift §. 31. enthält der Berliner Scheffel $3058\frac{13}{14}$ Cubiczoll, oder 1 CF. 9 SF. 2 BF. $10\frac{13}{14}$ CZ. Es sind also 464 Scheffel

1 —	9 —	2 —	$10\frac{13}{14}$
			$430\frac{6}{7}$
			4640
464 —	4176 —	928 —	$5070\frac{6}{7}$
357 —	112 —	422	
821 CF.	4 SF.	6 BF.	$6\frac{6}{7}$ CZ.

oder 1419343 Cubiczoll, und soll 2 Fuß oder 24 Zoll hoch geschüttet werden.

Es sind demnach 1419343
dividirt mit 24 | 120 | $59174\frac{7}{24}$ Q.Zoll Fläche.

219
216
———
33
24
———
94
84
———
103
96
———
7

Wenn aber nach der Aufgabe der Kornhaufen auf allen Seiten frey liegen soll, so sind die 59174 QZ. nicht die Grundfläche sondern die mittlere Fläche (z. B. wie in §. 112.) weil, wenn der Haufen 2 Fuß hoch geschüttet werden soll, an allen Seiten 2 Fuß Doßirung seyn muß. Wenn also gesagt wird, die Breite des Haufens soll nicht mehr als 20 Fuß auf der Grundfläche seyn, so wird die obere Fläche 16 Fuß und die mittlere 18 Fuß breit seyn. 18 Fuß sind 216 Zoll, und hiermit muß in 59174 QZ. mittlere Fläche divi-

dirt werden, um die mittlere Länge zu erhalten.

mit 216 | 59174 | giebt $273\frac{206}{216}$ Zoll, oder 22 Fuß 9 Zoll mittlere Länge für den Kornhaufen.

```
216 | 59174 |
       432
      ----
      1597
      1512
      ----
       854
       648
      ----
       206
```

Es muß aber zu dieser mittlern Länge ebenfalls die Doßirung mit 2 Fuß addiret werden; und dann ist also die erforderliche Grundfläche 24 Fuß 9 Zoll lang 20 Fuß breit, worauf das Korn 2 Fuß hoch mit 2 Fuß Doßirung auf allen vier Seiten geschüttet werden kann.

Probe:

die Grundfläche ist = 24′ — 9″ lang
20′ — 〃 breit
sind 495 Q.Fuß.

Die obere Fläche ist = 20′ — 9″ lang
16′ — 〃 breit
sind 332 Q.Fuß.

Wird nun die Grundfläche = 495
mit der obern Fläche = 332
addirt = 827
und mit 2 dividirt, so findet
sich die mittlere Fläche = $413\frac{1}{2}$ QF.
multiplicirt mit der Höhe = 2 Fuß
giebt = 827 Cubicfuß.

Die 464 Scheffel enthalten aber
821 CF. 4 SF. 6 BF. $6\frac{6}{7}$ CZ.
ab von 827.
sind 5 CF. 7 SF. 5 BF. $5\frac{1}{4}$ CZ.

zuviel gerechnet, welcher Fehler aber in der nicht ganz mathematisch richtigen Berechnung seinen Grund hat; indeß dürfte diese Berechnungsart für dergleichen Fälle im gemeinen Leben, und für diejenigen, welche nicht Gelegenheit gehabt haben die Mathematik zu erlernen, hinlänglich und zweckdienlich genug seyn. Denn wie wenig unter denen, welche dergleichen Rechnungen täglich machen müssen, würden z. B. die letzte Aufgabe als eine abgekürzte Pyramide berechnen zu lernen im Stande seyn?

Ueberhaupt habe ich mich, wie ich glaube, soviel als möglich an die strengen Regeln der

Mathematik gehalten, wo aber diese ein weiteres Studium voraussetzten, bin ich (um so gemeinnützig als möglich zu seyn) in etwas davon abgegangen, und bey den alltäglichen Regeln geblieben, auch dabey immer den Gedanken erhalten: es ist besser, beynahe richtig auszurechnen, als gar nichts rechnen zu können. Muß man doch bey allen strengen Beweisen der Mathematik die ganz richtige Berechnung des Zirkels entbehren!

Druckfehler.

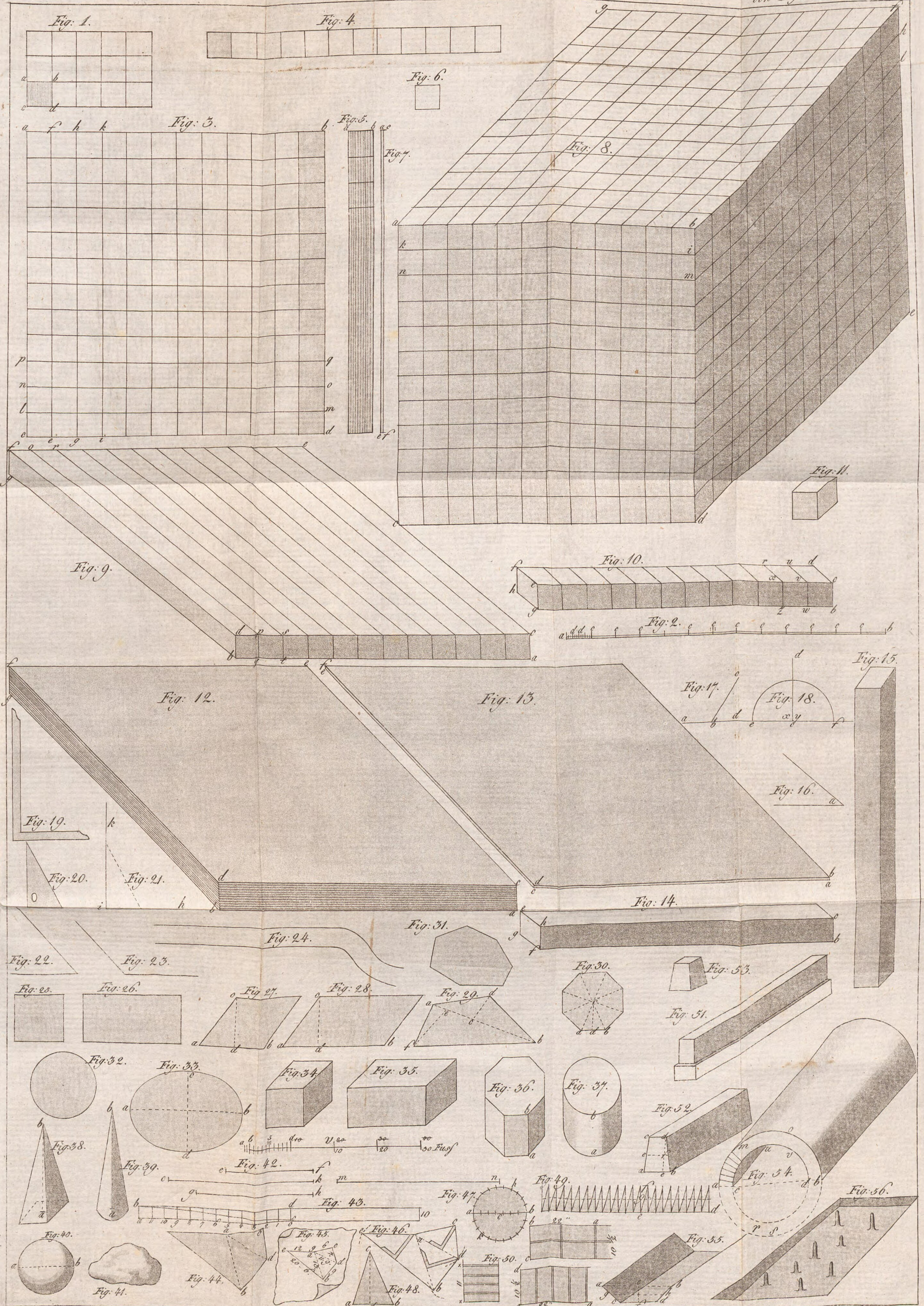
Unter andern Schreib- und Druckfehlern sind folgende der Verständlichkeit wegen, abzuändern nothwendig.

Auf der Kupfertafel in Fig. 2. muß das a um einen Fuß näher nach b nemlich anstatt des ersten c stehen.

Desgleichen in Fig. 49. an der Grundlinie, wo an einem Ende d steht, muß an dem andern Ende c stehen.

Ferner: pag. 34 Zeile 10 v. o. muß heißen: Fig. 4 oder 5 getheilet wird, welcher ꝛc. pag. 48. Z. 3. v. u. lies 8 RF. statt 8 RR. pag. 54. Z. 16 v. u. l. 4′ × 3″ = 12 RF., st 4′ × 3″ = 1 RF. pag. 52 Z. 12 v. o. l. §. 13, 21. st. 12, 23, 29. pag. 52 Z. 19 v. o. l. §. 13 st. 23. pag. 78 Z. 6 v. o. l. 8 SF. st. 8 RF. pag. 81 Z. 8 v. o. l. 8 st. 4. pag. 81 Z. 11 v. o. l. $7\frac{47}{315}$ st. $3\frac{47}{315}$. pag. 83 Z. 6 v. o. muß §. 89 weggestrichen werden. pag. 85 Z. 10 v. o. l. 4 CZ. st. 4 CF. pag. 86 l. §. 89 st. §. 90. pag. 89 l. §. 90 st. §. 91. pag. 91 l. §. 91 st. §. 92. pag. 92 l. §. 92 st. §. 93. pag. 104 Z. 11 v. o. l. seinen st. selnen. pag. 111 Z. 12 v. o. l. eg st. ef. pag. 117 Z. 8 v. o. l. flache Seite st. Flächenseite. pag. 120 Z. 5 v. u. l. §. 91 st. 92. pag. 128 Z. 6 v. u. l. betragen st. betrugen. pag. 141 Z. 6 v. u. l. der st. die.

von Fig: 1. bis 56.



C. Jättnig sc. Berlin, 1799.